

***Методы оптимального приема
сигналов в аппаратуре
потребителей СРНС***

SRNS.RU

Преподаватель:

Шатилов Александр

ShatilovAY@mpei.ru

Информация: <http://srns.ru> -> Курс радионавигации

Литература

1. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. – М. Радиотехника, 2022.
2. Перов А.И. Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. – М.: Радиотехника, 2012, 240 с.
3. Перов А.И. Основы построения спутниковых радионавигационных систем. – М.: Радиотехника, 2012, 240 с.
4. ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития. Под ред. А.И. Перова – М.: Радиотехника, 2020.
5. Тихонов В.И. Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: ИПРЖ, 2005.

Лекция 1.

Статистическое описание событий, сигналов, сообщений и помех

Практическое понятие вероятности

Если имеется N результатов экспериментов, среди которых событие $A = A_i$ наступило $n_A(i)$ раз, то вероятность такого

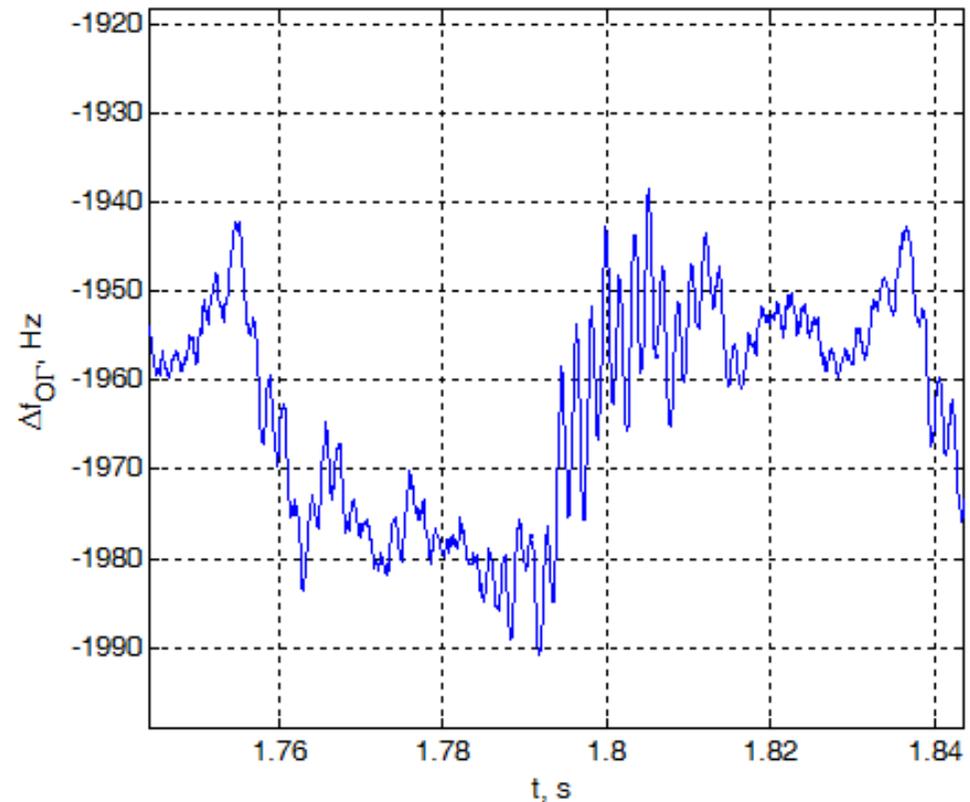
события определяется как
$$P(A = A_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_A(i)}{N}$$

Случайные величины

Дискретные

28	27	42	65	67	69	6E	2E	2E	2E	27	29	3B	0D	0A	58
73	3D	5B	32	2E	36	39	33	20	32	2E	34	32	20	30	3B
0D	0A	20	20	20	20	2D	30	2E	31	31	35	20	34	2E	36
34	31	20	31	2E	37	30	39	3B	0D	0A	20	20	20	20	36
2E	33	36	39	20	33	2E	38	34	32	20	31	2E	31	36	37
3B	0D	0A	20	20	20	20	32	2E	37	33	34	20	30	20	32
2E	35	32	36	5D	3B	0D	0A	0D	0A	49	4E	50	55	54	5F
46	49	4C	45	20	3D	20	27	64	61	6C	6E	2E	74	78	74
27	3B	0D	0A	4F	55	54	50	55	54	5F	46	49	4C	45	20
3D	20	27	63	6F	6F	72	64	73	2E	74	78	74	27	3B	0D
0A	69	6E	70	66	69	64	20	3D	20	66	6F	70	65	6E	28
49	4E	50	55	54	5F	46	49	4C	45	2C	27	72	27	29	3B
0D	0A	6F	75	74	66	69	64	20	3D	20	66	6F	70	65	6E
28	4F	55	54	50	55	54	5F	46	49	4C	45	2C	27	77	27
29	3B	0D	0A	53	20	3D	20	66	67	65	74	6C	28	69	6E
70	66	69	64	29	3B	0D	0A	44	69	7A	6D	20	3D	20	7A
65	72	6F	73	28	34	2C	31	29	3B	0D	0A	66	70	72	69
6E	74	66	28	6F	75	74	66	69	64	2C	27	70	6F	69	6E
74	23	20	58	5B	6D	5D	20	59	5B	6D	5D	20	5A	5B	6D
5D	20	50	44	4F	50	5C	6E	27	29	3B	0D	0A	0D	0A	77
68	69	6C	65	20	28	7E	66	65	6F	66	28	69	6E	70	66
69	64	29	29	0D	0A	20	20	20	20	0D	0A	20	20	20	20
70	6E	74	20	3D	20	66	73	63	61	6E	66	28	69	6E	70
66	69	64	2C	27	25	78	27	2C	31	29	3B	0D	0A	20	20
20	20	69	66	20	28	66	65	72	72	6F	72	28	69	6E	70

Непрерывные

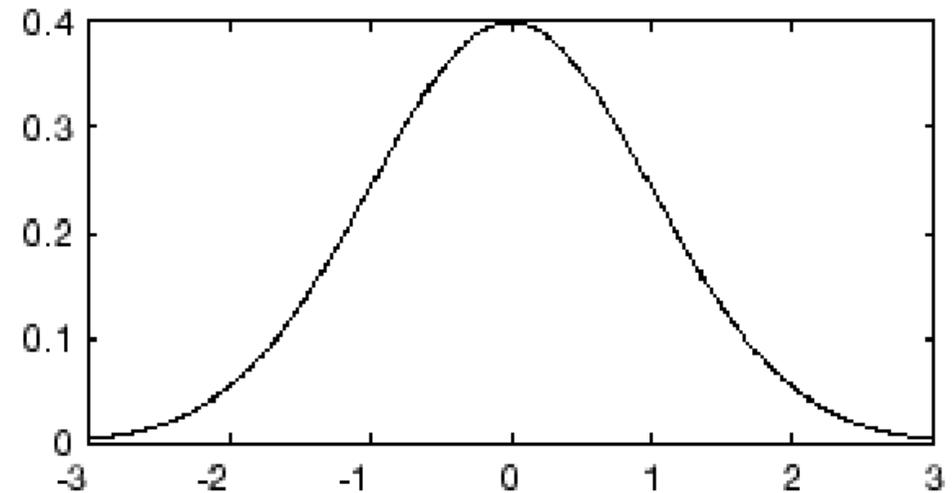


Плотность вероятности (ПВ)

$$p(x) \equiv p(X = x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X < x + \Delta x)}{\Delta x}$$

Нормальное (гауссовское) распределение

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_X}} \exp\left(-\frac{(x - m_X)^2}{2D_X}\right)$$



Многомерные случайные величины

Совокупность случайных величин:

$$\mathbf{X} = |X_1, X_2 \dots X_n| \quad - \text{ n-мерный вектор}$$

Плотность вероятности вектора - скаляр

$$p(\mathbf{x}) \equiv p(\mathbf{X} = \mathbf{x}) = \lim_{\substack{\Delta x_1 \rightarrow 0 \\ \Delta x_2 \rightarrow 0 \\ \dots \\ \Delta x_n \rightarrow 0}} \frac{P(x_1 \leq X_1 < x_1 + \Delta x_1, \dots, x_n \leq X_n < x_n + \Delta x_n)}{\Delta x_1 \Delta x_2 \dots \Delta x_n}$$

Для ГСВ:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} (\det(\mathbf{R}_x))^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_x)^T \mathbf{R}_x^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_x) \right\}$$

$$\mathbf{R}_x = M \left[(\mathbf{X} - \mathbf{m}_x)(\mathbf{X} - \mathbf{m}_x)^T \right]$$

Совместная и условная плотности вероятности

$$p(x, y) = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{P(x \leq X < x + \Delta x, y \leq Y < y + \Delta y)}{\Delta x \Delta y}$$

$$p(x) = \int_Y p(x, y) dy$$

Условная ПВ равна по определению $p(x | y_0) = \frac{p(x, y = y_0)}{p(y = y_0)}$

Отсюда $p(x, y) = p(x | y) p(y)$

Если x и y независимы, то $p(x, y) = p(x) p(y)$

Статистическое описание сигналов, сообщений и помех

Сообщение – совокупность знаков, символов, параметров, отображающих ту или иную информацию

Сигнал – физический процесс, несущий передаваемое сообщение

Модуляция – процесс изменения параметров сигнала

Помеха – мешающий неинформативный сигнал

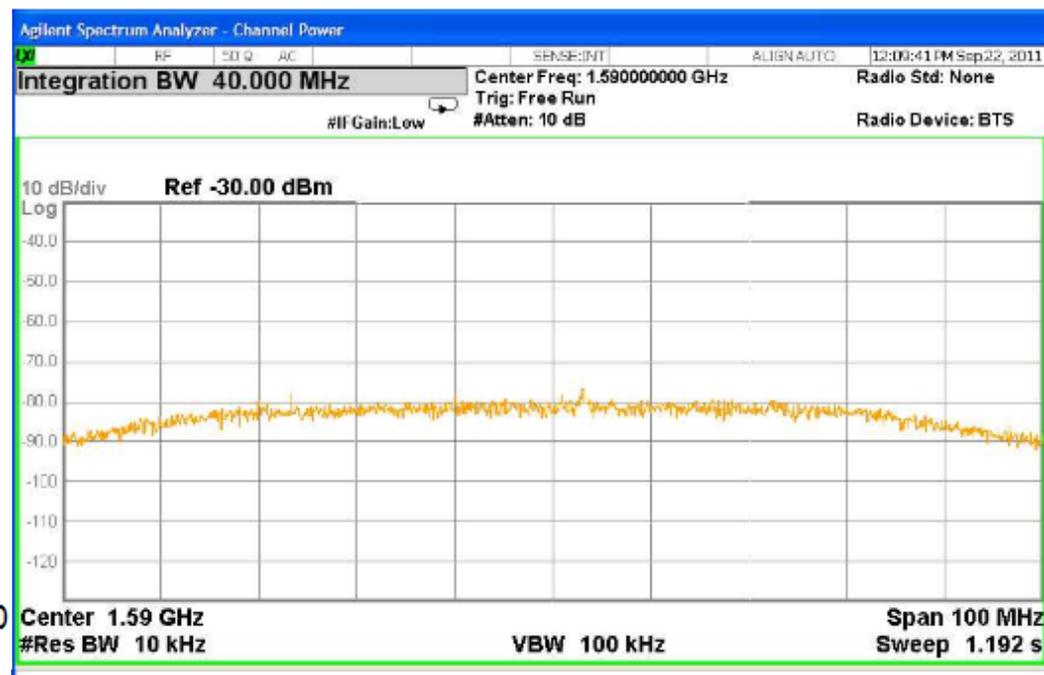
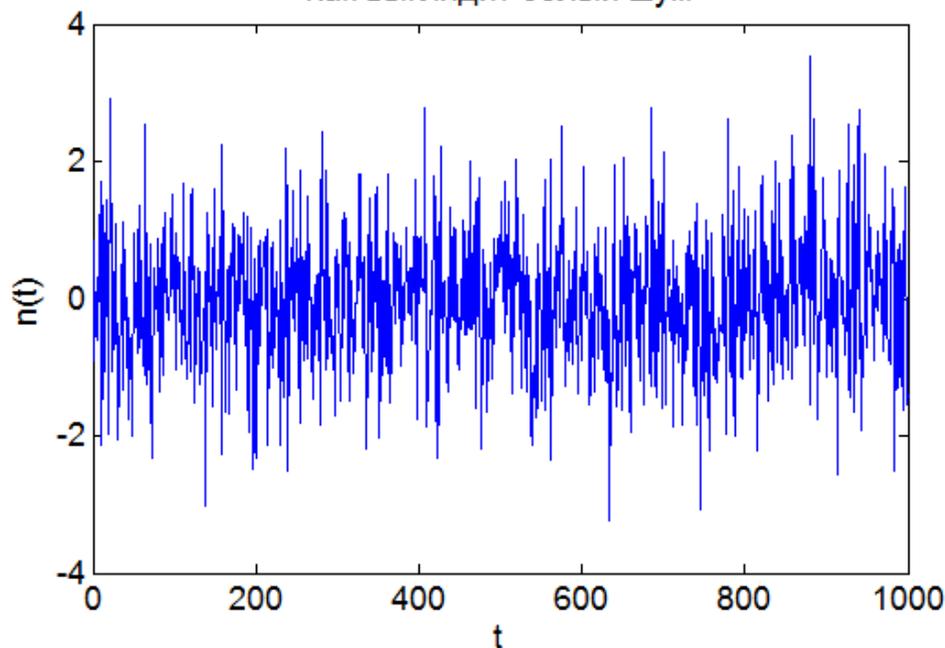
Белый гауссовский шум

$$n(t) \rightarrow R(\tau) = M [n(t)n(t+\tau)] = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$

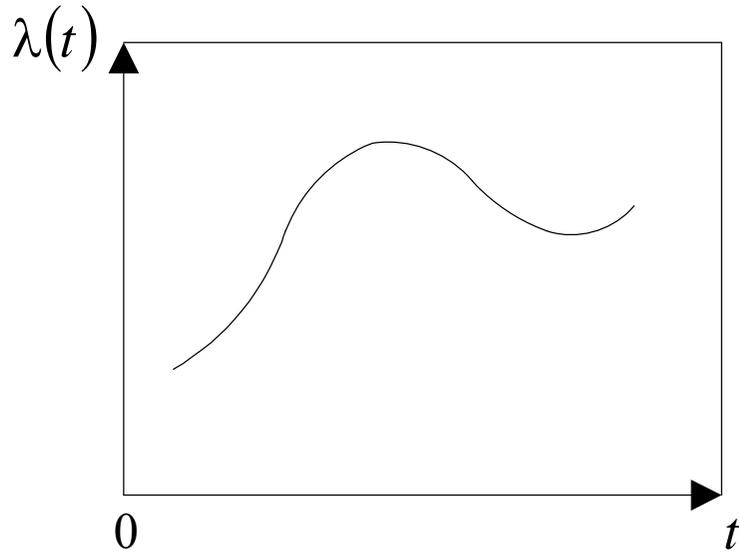
Дискретный белый гауссовский шум (ДБГШ)

$$n_i \rightarrow \mathbb{N}(0, \sigma_n) \quad R_{i,j} = M [n_i n_j] = \sigma_n^2 \delta_{i,j} \quad \text{если } n_i = \frac{1}{T} \int_{t_{i-1}}^{t_i} n(t) dt, \text{ то } \sigma_n^2 = \frac{N_0}{2T}$$

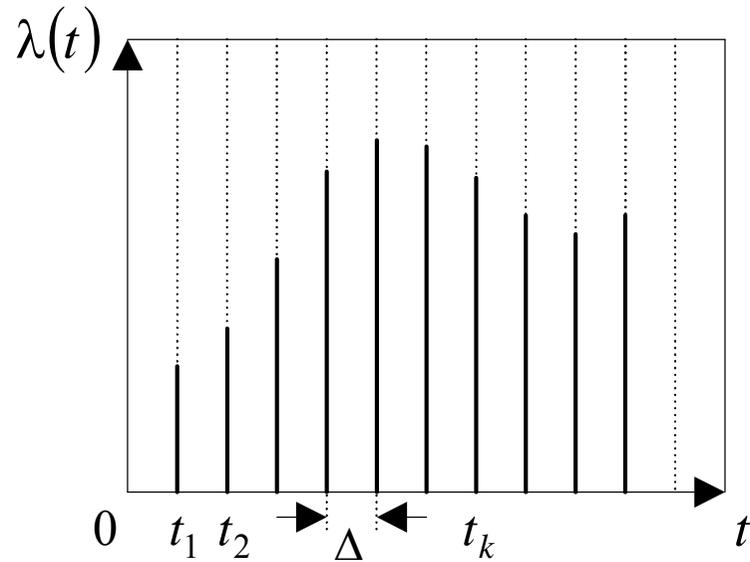
Как выглядит белый шум



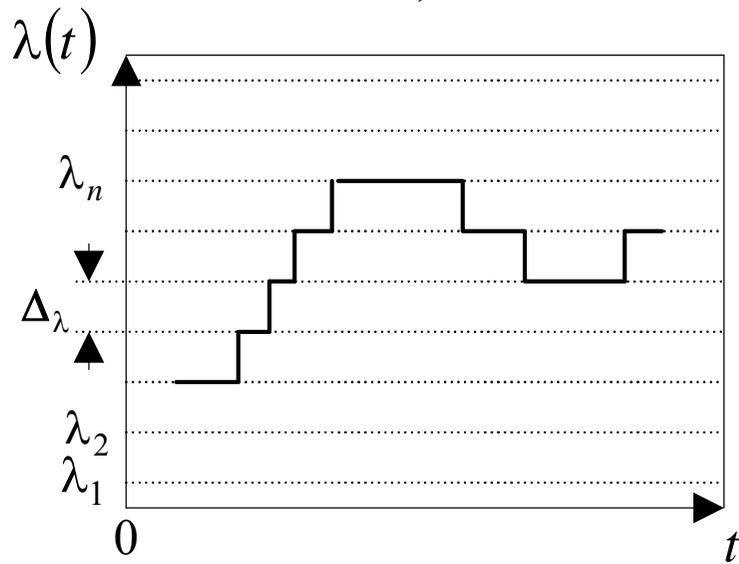
Виды сообщений



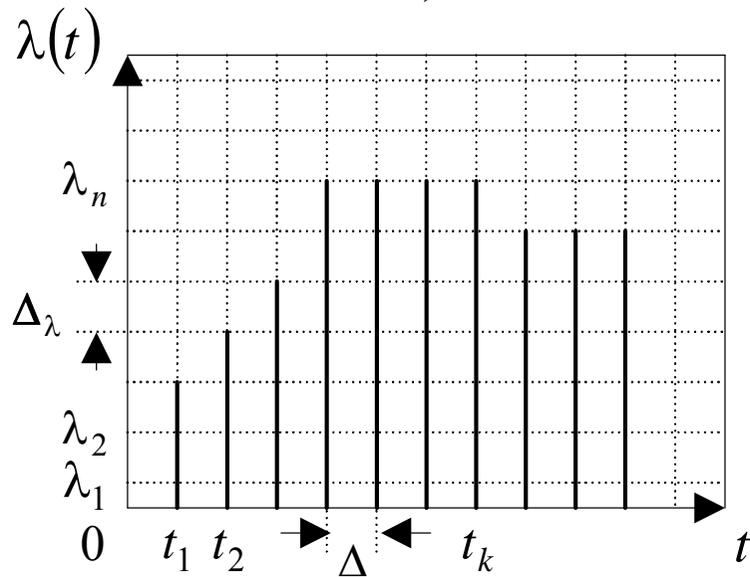
a)



б)



в)



г)

Узкополосные сигналы

Общий вид записи узкополосного сигнала:

$$S(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \operatorname{Re} \left[A(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \right]$$

Комплексная амплитуда сигнала:

$$\dot{S}(t) = A(t) e^{j\varphi(t)}$$

Пример стат. описания сигнала: дрейф фазы опорного генератора при формировании «немодулированной» несущей (CW)

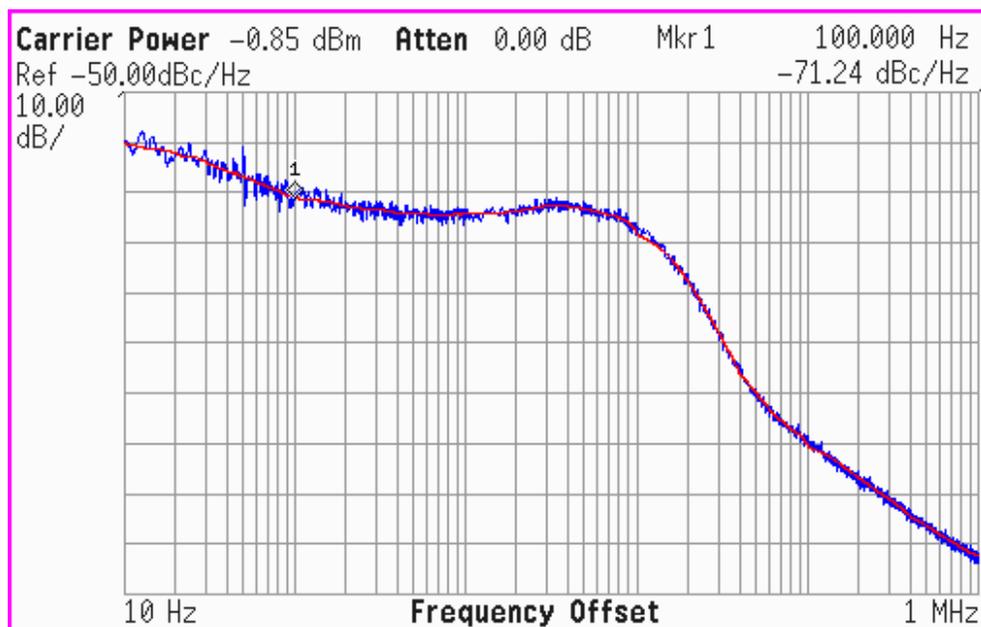
$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t)$$

$$\dot{S}(t) = A_0 e^{j\varphi(t)}$$

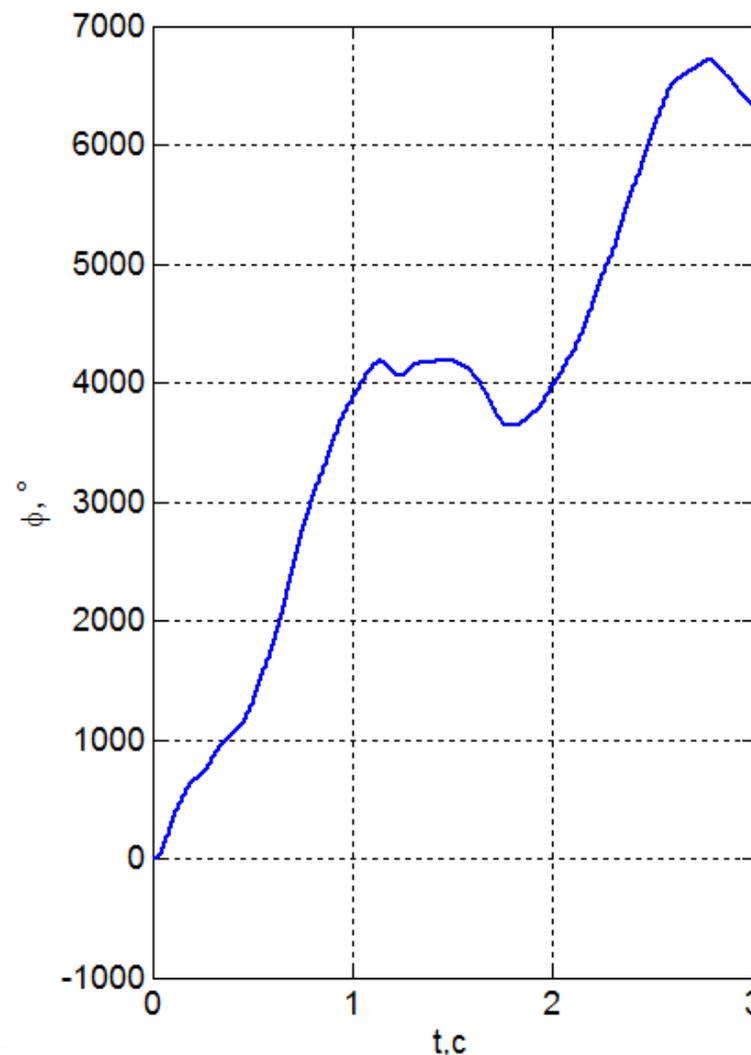
$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \xi_\omega(t) \text{ - БГШ с односторонней спектральной плотностью } N_\omega$$

Продолжение примера - дрейф фазы ОГ

Спектр процесса дрейфа фазы



Дрейф фазы во временной области



«Чистая»
несущая



Несущая с
нестабильным ОГ



Случайные параметры принимаемого радиосигнала

Сигнал одного из НКА на входе
радионавигационного приемника СРНС

$$y(t) = A \cdot G(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega)(t - \tau) + \varphi_0) + n(t)$$

$$n(t) \subset N(0, \sigma_n), \quad \tau \subset U(\tau_{\min}, \tau_{\max}),$$

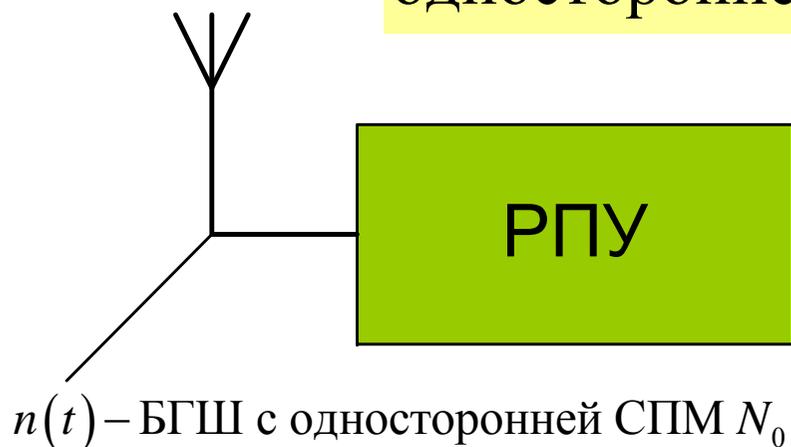
$$\omega \subset U(\omega_{\min}, \omega_{\max}), \quad 20 \lg A \subset N(m_A, \sigma_A),$$

$$\varphi_0 \subset U(-\pi, \pi)$$

Статистические модели помех

1. Внутренний шум приемника

$n(t)$ - БГШ с нулевым мат. ожиданием и
односторонней спектральной плотностью N_0

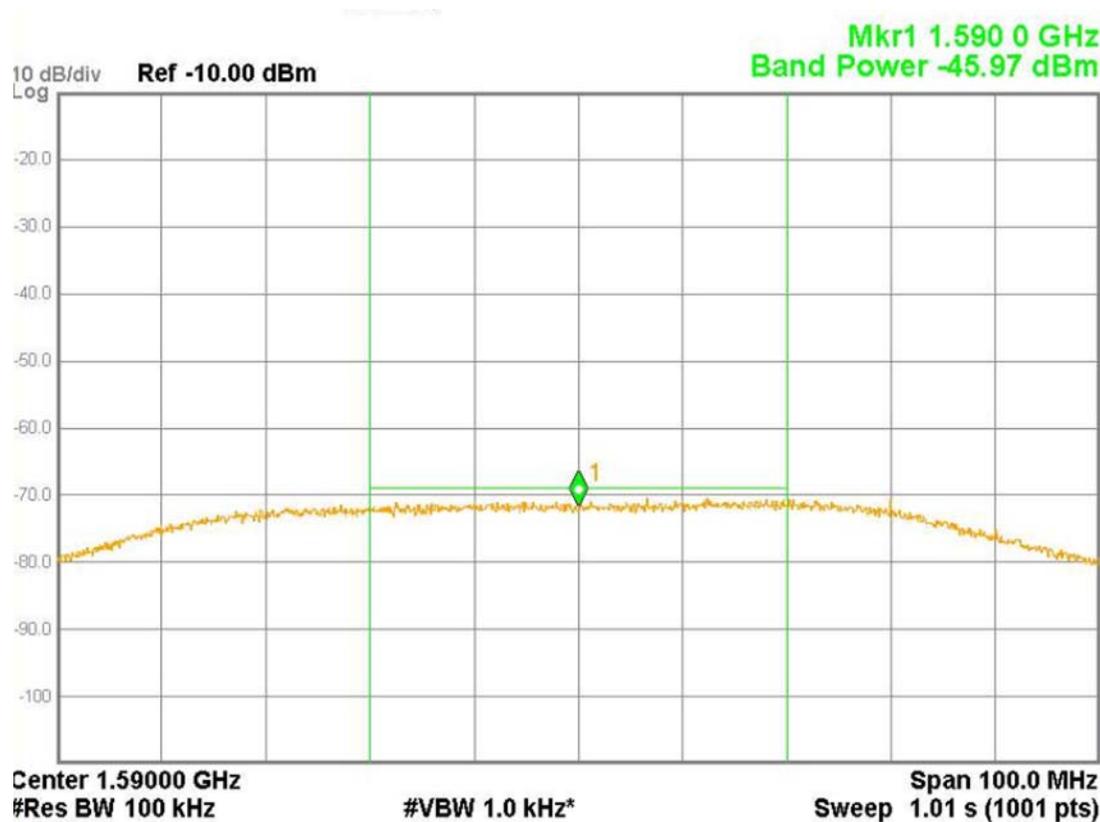


$$N_0 = kT_{\text{ш}} = kT_0 K_{\text{ш}}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Вт}/(\text{Гц} \cdot \text{К})$$

$$T_0 = 300 \text{ К}$$

$$K_{\text{ш}} = 2...3$$



Статистические модели помех

2. Внешняя помеха

Поскольку АП СРНС основана на корреляционном приеме сигналов, любая внешняя структурированная помеха после перемножения на дальномерный код становится широкополосной помехой. Её отклик на выходе коррелятора эквивалентен отклику на воздействие белого гауссовского шума. Но белого шума не бывает. Поэтому наиболее распространенная модель помехи для анализа АП СРНС – помеха в виде полосового гауссовского шума с равномерным спектром в полосе сигнала. Анализ воздействия таких помех эквивалентен анализу воздействия белого шума.

