



## ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ

о магистерской диссертации Калитенко Б. В.

«Поддержка угломерной НАП данными от инерциальных датчиков»

Калитенко Б. В. начал работу на кафедре РТС 2-х года тому назад с выполнения бакалаврской работы. В рамках бакалаврской работы он провел разработку программного модуля, реализующего бинарный обмена навигационных модулей Geos.

В магистерской диссертации Калитенко Б. В. исследует эффективность поддержки угломерной навигационной аппаратуры от микромеханических инерциальных датчиков. Угломерная навигационная аппаратура совмещает в себе функции как определения местоположения, так и оценки угловой ориентации носителя. Соответственно в работе рассматриваются два сценария использования аппаратуры, в которых ожидается наибольший эффект от использования инерциальных датчиков. В первом случае с помощью имитационного моделирования оценивается точность определения местоположения на основе только инерциальных микромеханических датчиков сразу после пропадания сигналов спутниковой навигационной системы. Во втором случае тем же методом оценивается влияние поддержки от гироскопических датчиков на угломерную функцию в штатном режиме работы.

Выгодно отличает работу Богдана Васильевича актуальность рассматриваемой темы и использование при моделировании выборок показаний гироскопических датчиков, полученных автором лично на созданном макете.

Считаю, что магистерская диссертация Калитенко Б. В. заслуживает оценки хорошо или отлично, а диссертант – присвоения ему квалификации магистра техники и технологии.

Научный руководитель, к.т.н.



Корогодин И.В.

16.08.16





ЗАО «КБ НАВИС»  
ул. Кульнева, д.3, стр.1, г. Москва, 121170  
Почтовый адрес: а/я 11, г. Москва, 127411  
Тел. +7 (495) 665-61-48  
факс +7 (495) 665-61-49  
E-mail: [navis@navis.ru](mailto:navis@navis.ru)  
<http://www.navis.ru>  
ОКПО 44473627, ОГРН 1027700456024  
ИНН/КПП 7725075060/773001001

УТВЕРЖДАЮ

Зам. Генерального директора  
ЗАО «КБ НАВИС»



А.А. Шанин

2016 г.

## РЕЦЕНЗИЯ

на магистерскую диссертацию

студента группы ЭР-25-10 Калитенко Б.В.

на тему: «Поддержка угломерной НАП данными от инерциальных датчиков»

Магистерская диссертация Калитенко Б.В. посвящена исследованию эффективности поддержки угломерной навигационной аппаратуры потребителей (УНАП) от микромеханических (МЭМС) инерциальных датчиков.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка и приложений. Объем основной части – 71 страница, приложений – 12 страниц.

Во введении обоснована актуальность выбранной темы, перечислены достоинства и недостатки УНАП, обоснован выбор в качестве инерциальных измерительных устройств МЭМС-датчиков, обозначены цели и задачи работы.

В первой главе рассматриваются алгоритмы инерциальной навигации, модель измерений инерциальных блоков; проводится разработка имитационной модели, реализующая алгоритм бесплатформенной



инерциальной навигационной системы. С помощью данной модели проведено сравнение нескольких МЭМС-датчиков по критерию точности решения задачи инерциальной навигации. Модель позволяет учесть часть характеристик инерциальных блоков, приведенных в технической документации.

Во второй главе описывается созданный макет, включающий в свой состав инерциальный блок STMicroelectronics L3G4200D и микроконтроллер AVR. Макет предназначен для получения выборок показаний гироскопов и акселерометров и переноса их в память персонального компьютера. Для сигналов гироскопов построены зависимости вариации Аллана в диапазоне длин выборок от единиц миллисекунд до нескольких часов. Описана методика представления ошибок гироскопов в виде суммы составляющих различной природы, веса которых определяются по вариации Аллана.

В третьей главе приведены алгоритмы первичной обработки в УНАП без поддержки данными от инерциальных датчиков и с поддержкой от них, описана модель УНАП. Проведено имитационное моделирование работы УНАП, найдены оптимальные значения шумовых полос системы слежения за разностью фаз (ССРФ) при различных скоростях вращения носителя. Показано, что комплексирование с инерциальными датчиками позволяет существенно повысить помехоустойчивость УНАП динамично вращающихся объектов.

В заключении приведены основные результаты работы и выводы. В приложении представлены исходные коды программ, использованных при выполнении работы.

К главным практическим результатам можно отнести следующее:

1. Создана имитационная модель, позволяющая сравнивать разные МЭМС датчики с использованием части параметров из технической документации.
2. Получен график вариации Аллана для гироскопа STMicroelectronics L3G4200D.



3. Приведены зависимости оптимальной шумовой полосы ССРФ и величины среднеквадратической ошибки слежения за разностью фаз от интенсивности вращения носителя.
4. Оценен выигрыш в помехоустойчивости и точности работы УНАП за счет комплексирования с инерциальными датчиками.

Работа имеет и свои недостатки, а именно:

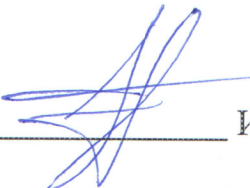
1. При моделировании в первой главе используются случайные процессы, результат моделирования имеет стохастическую природу. Тем не менее, автор приводит, использует и интерпретирует результаты лишь одного эксперимента, т.е. делает выводы о характере процессов и свойствах датчиков без набора соответствующей статистики.
2. Во второй главе автор излагает методику, позволяющую по графикам дисперсии Аллана разложить процесс на шумы различной природы. Получает указанные графики для гироскопов STMicroelectronics L3G4200D, но не применяет изложенную методику. Таким образом, не доводит до конца задачу анализа измерений данного инерциального блока.
3. Автором получены результаты, из которых можно сделать вывод, что эффективность (в смысле увеличения помехоустойчивости и точности) комплексирования УНАП с инерциальными датчиками падает с увеличением динамики вращательных движений. Причин такого поведения системы в работе не приведено.
4. Используемый в работе метод счисления ориентации БИНС имеет собственную ошибку и не подходит для оценки характеристик.

Приведенные недостатки не являются критическими для выпускной квалификационной работы на соискание степени магистра. Более того, в своей работе Калитенко Б.В. сделал попытку освоить и применить теоретический материал большого объема. Считаю, что магистерская диссертация Калитенко Б.В. соответствует требованиям, предъявляемым к выпускным работам магистратуры. Она, в случае успешной защиты,

заслуживает хорошей оценки, а диссертант – присвоения ему квалификации  
магистра техники и технологии.

РЕЦЕНЗЕНТ

Начальник лаборатории комплексированных  
систем ЗАО «КБ НАВИС», к.т.н.



И.А. Нагин



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

«МЭИ»

Институт ИРЭ Кафедра Радиотехнических систем

Направление 11.04.01 Радиотехника

ЗАДАНИЕ НА МАГИСТЕРСКУЮ  
ДИССЕРТАЦИЮ

по программе подготовки магистров Радиотехнические системы  
связи и навигации

Тема Поддержка угломерной НАП данными от инерциальных датчиков

Время выполнения работы с 01.09.14 по 01.06.16

Студент Калитенко Б. В.

ЭР-25-10

Жамит

*Фамилия, и., о.*

*группа*

*подпись*

Научный руководитель доцент Корогодин И. В.

*должность, звание, фамилия, и., о.*

Консультант \_\_\_\_\_

*должность, звание, фамилия, и., о.*

Консультант \_\_\_\_\_

*должность, звание, фамилия, и., о.*

Зав. кафедрой проф., Перов А.И.

*звание, фамилия, и., о., Ж 8.09.14*  
*подпись, дата утверждения задания*

Место выполнения научной работы кафедра Радиотехнических систем


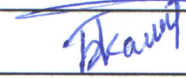
НИУ МЭИ

Москва

« 8 » сентября 20 14 г.

### 1.Обоснование выбора темы диссертационной работы

Угломерная навигационная аппаратура потребителей (НАП) позволяет оперативно определять угловую ориентацию носителя с высокой точностью (в десятые доли градуса), не требуя при этом использование внешних ориентиров и не ограничивая движение объекта. Несмотря на то, что в основе определения ориентации лежит использование фазовых измерений, для объектов с низкой динамикой вращений помехоустойчивость угломерной НАП достигает значений, характерных для некогерентных приемников. Это объясняется узкой шумовой полосой систем слежения за разностью фаз для медленно вращающихся объектов. Если же ориентация объекта изменяется быстро, то полоса следящей системы расширяется, помехоустойчивость резко снижается, на 10 и более дБ. Избавиться от этого негативного эффекта может позволить комплексирование угломерной НАП с инерциальными датчиками.

Научный руководитель  дата 08.09.2014  
Студент  дата 08.09.2014

### 2.Консультации по разделу

---

---

---

---

Подпись консультанта \_\_\_\_\_ дата \_\_\_\_\_

### 3.Консультации по разделу

---

---

---

---

Подпись консультанта \_\_\_\_\_ дата \_\_\_\_\_



#### 4. План работы над магистерской диссертацией

№ п/п	Содержание разделов	Срок выполнения	Трудоёмкость в %
<b>I.</b>	<b>Теоретическая часть</b>		<b>30</b>
	Обзор литературы на тему комплексирования УНАП и инерциальных датчиков		10
	Синтез комплексированного алгоритма УНАП и гироскопов		20
<b>II.</b>	<b>Экспериментальная часть</b>		<b>30</b>
	Получение данных от МЭМС инерциальных датчиков		10
	Моделирование УНАП без поддержки от инерциальных датчиков		10
	Моделирование УНАП с поддержкой от инерциальных датчиков		10
<b>III.</b>	<b>Публикации</b>		<b>10</b>
	Тезисы доклада на студенческой НТК	03.2015	5
	Тезисы доклада на студенческой НТК	03.2016	5
<b>IV.</b>	<b>Оформление диссертации</b>		<b>30</b>
	Подготовка введения, обзора литературы	11.2014	5
	Описание взаимодействия с IMU	06.2014	5
	Описание синтеза комплексированного алгоритма	11.2015	5
	Описание модели и изложение результатов моделирования	03.2016	5
	Подготовка презентации и предзащита	06.2016	10

#### 5. Рекомендуемая литература

5.1 Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, with MATLAB. — NY: John Wiley & Sons, 2001. Co-authors M.S.Grewal, L.R. Weill and A.P. Andrews

5.2 ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования/ Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е переработанное и дополненное. — М.: Радиотехника, 2010, 800 с

5.3 Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions. – М.: BMSTU Press, 2004. – 304 p.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**6. Краткие сведения о студенте:**

Домашний адрес \_\_\_\_\_

---

Телефон служебный \_\_\_\_\_ домашний \_\_\_\_\_

***Примечание:*** задание брошюруется вместе с диссертацией и с отзывами  
руководителя и рецензентов.



## **Аннотация**

Проведено исследование эффективности поддержки угломерной навигационной аппаратуры потребителей от микромеханических инерциальных датчиков – трехосных гироскопов и акселерометров.

Рассмотрены два сценария использования угломерной навигационной аппаратуры:

1. Решение задачи позиционирования и определения угловой ориентации носителя на основе данных инерциальных датчиков сразу после пропадания сигналов спутниковых радионавигационных систем. Например, при входе в здание, въезде в туннель, начале облучения помехами. При этом считается, что комплексированный навигационный приемник успел достаточное количество времени отработать в нормальных условиях приема сигналов.

2. Определение ориентации в угломерной навигационной аппаратуре потребителей, комплексированной с микромеханическими инерциальными датчиками и расположенной на объекте, интенсивно изменяющем свою ориентацию в пространстве.

Для первого сценария проведено имитационное моделирование с целью сравнения пяти инерциальных датчиков (Analog Devices ADIS16405, InvenSense MPU9250, InvenSense MPU6050, Pololu MinIMU-9, Bosch BMX055) различных ценовых диапазонов по критерию точности решения задачи инерциальной навигации на их основе. При этом решен ряд образовательных подзадач и разработаны функциональные блоки моделей для последующих исследований: сформированы представления о характере ошибок датчиков, созданы их компьютерные модели; созданы модели движения объекта, включая вращательное движение, блок решения задачи инерциальной навигации.

Для второго сценария – комплексированной угломерной навигационной аппаратуры динамично вращающегося объекта – создана имитационная модель угломерной навигационной аппаратуры потребителей в двух вариантах – с поддержкой от инерциальных датчиков и без поддержки.

Указанная модель используется для моделирования ошибок инерциальных датчиков выборки процессов, полученные экспериментальным путем для микромеханического инерциального блока STMicroelectronics L3G4200D. Для получения выборок создан макет, включающий в свой состав инерциальный блок и микроконтроллер.

Проведен анализ полученных реализаций. Для процессов ошибок гироскопов построены зависимости вариации Аллана в диапазоне длин выборок от единиц миллисекунд до нескольких часов.

С помощью имитационной модели для различных скоростей вращения объекта найдены оптимальные, по критерию точности слежения, полосы систем слежения за разностью фаз для двух случаев: с поддержкой от инерциальных блоков и без поддержки. Определены среднеквадратические ошибки оценок разностей фаз и величина выигрыша в помехоустойчивости за счет использования комплексирования.

Сделан вывод, что при размещении на объекте, быстро изменяющем ориентацию в пространстве, комплексирование микромеханических инерциальных датчиков с угломерной навигационной аппаратурой позволяет существенно повысить её помехоустойчивость и точность.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Список использованных сокращений .....	10
Введение .....	11
1 Оценивание местоположения объекта по данным инерциальных датчиков .....	15
1.1 Причины использования инерциальных навигационных систем .....	15
1.2 Задание местоположения и ориентации объекта в пространстве .....	15
1.3 Способы представления вращений и преобразования координат .....	17
1.4 Выходные данные инерциального блока.....	20
1.5 Траектория движения объекта .....	22
1.6 Создание ММ ИНС .....	24
1.7 Условия и результаты моделирования.....	27
1.8 Результаты главы.....	31
2 Ошибки ИИБ.....	33
2.1 Обзор ошибок ИИБ .....	33
2.1.1 Шум квантования .....	34
2.1.2 Случайное блуждание (дрейф) угла .....	35
2.1.3 Фликкер-шум .....	37
2.1.4 Случайное блуждание скорости .....	38
2.1.5 Мультипликативная систематическая погрешность .....	38
2.1.6 Синусоидальный шум .....	39
2.2 Оценка ошибок .....	39
2.2.1 Спектральная плотность мощности .....	40
2.2.2 Дисперсия Аллана .....	42
2.3 Алгоритм расчета дисперсии Аллана .....	44
2.4 Получение дисперсии Аллана.....	46
2.4.1 Подключение макета и получение выборки.....	46
2.4.2 Отклонение Аллана для гироскопа L3G4200D .....	48
2.5 Результаты главы.....	49
3 Поддержка угломерных устройств инерциальными датчиками .....	50
3.1 Имитационная модель ССРФ с комплексированием и без комплексирования с инерциальными датчиками .....	50
3.2 Точность и помехоустойчивость следящей системы без поддержки инерциальными датчиками .....	51

3.3	Точность и помехоустойчивость следящей системы с поддержкой инерциальными датчиками .....	57
3.4	Сравнение точности и помехоустойчивости следящей системы без поддержки инерциальными датчиками и с поддержкой от инерциальных датчиков 63	
3.5	Результаты главы.....	66
	Заключение.....	68
	Список использованных источников .....	71
	Приложение А. Листинг программы восстановления траектории .....	72
	Приложение Б. Листинг программы расчета дисперсии и отклонения Аллана.....	78
	Приложение В. Листинг программы моделирования УНАП.....	80

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АКФ	- автокорреляционная функция
АП	- аппаратура потребителя
АПВ	- апостериорная плотность вероятности
АЦП	- аналого-цифровое преобразование
БГШ	- белый гауссовский шум
ГДК	- генератор дальномерного кода
ГНСС	- глобальная навигационная спутниковая система
ГЦСК	- геоцентрическая система координат
ИИБ	- инерциальный измерительный блок
ИНС	- инерциальная навигационная система
КА	- космический аппарат
ЛСК	- локальная система координат
МЭМС	- микроэлектромеханические системы
НАП	- навигационная аппаратура потребителя
НКА	- навигационный космический аппарат
НС	- навигационный спутник
ОГ	- опорный генератор
ПСП	- псевдослучайная последовательность
СК	- система координат
СПМО	- специальное программно-математическое обеспечение
СРНС	- спутниковые радионавигационные системы
ССЗ	- система слежения за задержкой
ССК	- связанная система координат
ССРФ	- система слежения за разностью фаз
ССФ	- система слежения за фазой
ССЧ	- система слежения за частотой
СТ	- стандартная точность
ФАП	- фазовая автоподстройка
УНАП	- угломерная навигационная аппаратура потребителей
GPS	- Global Positioning System
IMU	- Inertial Measurement Unit
RMSE	- Root Mean Square Error (среднеквадратическая ошибка)
SNR	- Signal to Noise Ratio (отношение сигнал/шум)



## ВВЕДЕНИЕ

Спутниковые радионавигационные системы (СРНС) позволяют достичь непревзойденной точности определений абсолютного местоположения. Это свойство, вместе с относительно низкой стоимостью пользовательского оборудования, малыми габаритами и потреблением, простотой использования, обусловило широкое распространение СРНС.

Но спутниковая навигация позволяет не только определять положение объекта в пространстве и времени – эти приложения всем привычны и известны – но и оценивать ориентацию носителя относительно глобальной или локальной системы координат.

Для определения ориентации объекта используется угломерная навигационная аппаратура потребителей (УНАП). УНАП отличается использованием нескольких разнесенных в пространстве антенн.

В УНАП производится оценивание разности фазовых набегов сигналов навигационных спутников (НС) для разных антенн. По этим оценкам, с использованием передаваемой в навигационном сообщении информации о положении НС, рассчитывается взаимное положение антенн с точностью в несколько миллиметров. При разнесении антенн на 1-2 метра это позволяет определить угловую ориентацию носителя с точностью порядка десятой доли градуса.

Помимо высокой точности определения ориентации относительно глобальной системы координат, к преимуществам УНАП можно отнести малое время подготовки к работе (как и у традиционного навигационного приемника – около 30 секунд в режиме холодного старта), отсутствие специальных подготовительных процедур и ограничений на маневры объекта (как в случае гироскопирования ИНС). Ошибки УНАП не нарастают со временем, в отличие от инерциальных систем [1].

К недостаткам УНАП можно отнести необходимость размещения нескольких антенн на носителе, что зачастую является серьезным организационным и техническим препятствием. При этом, ввиду использования фазовых измерений и

интерферометрического метода, точность определения ориентации сильно зависит от способа установки антенн.

Стоимость УНАП относительно высока, что вызвано необходимостью использования нескольких антенн геодезического класса и скромными объемами серийного выпуска.

Кроме специфических, у УНАП есть недостатки, присущие прочей навигационной аппаратуре потребителей (НАП) СРНС. Ввиду слабости навигационных сигналов НС, УНАП подвержены воздействию помех. При этом помехоустойчивость УНАП существенно зависит от интенсивности изменения угловой ориентации носителя. Связано это с использованием в УНАП систем слежения за разностью фаз (ССРФ).

ССРФ отслеживают изменения разности фаз сигналов пары антенн, что в отличие от традиционных систем слежения за фазой (ССФ, системы ФАП – фазовой автоподстройки), исключает влияние на систему неустойчивости опорного генератора и динамики поступательного движения носителя. В итоге, динамические ошибки в ССРФ определяются интенсивностью изменения угловой ориентации носителя, которая может быть очень мала. Для объектов с низкой динамикой вращений полоса ССРФ затягивается до значений в доли Гц, что позволяет достичь помехоустойчивости около 40-50 дБ для сигналов ГЛОНАСС СТ.

Для объектов интенсивно меняющих ориентацию шумовую полосу приходится расширять до 10-20 Гц, что снижает помехоустойчивость до величин около 30-35 дБ. Эффект усугубляется тем, что при вращательных движениях объекта изменение разностей фаз принимает характер функции синуса. Для слежения за синусоидой, имеющей бесконечное число производных, не хватает астатизма используемого в ССРФ фильтра третьего порядка.

Эффективно снижать динамические ошибки в следящих системах НАП позволяет комплексирование с нерадиотехническими, например инерциальными, датчиками. Отсюда интересной представляется идея комплексирования УНАП с инерциальными датчиками, которое может позволить снизить влияние динамических изменений ориентации на помехоустойчивость УНАП. Тем самым для указанного

класса объектов размещения можно ожидать увеличения помехоустойчивости УНАП на 10-15 дБ.

Из сказанного следует цель работы – исследование эффективности поддержки угломерной навигационной аппаратуры потребителей от микромеханических инерциальных датчиков.

Исследование ограничено применением именно микромеханических датчиков (МЭМС-датчики, где МЭМС - микроэлектромеханические системы) по ряду причин:

1. Доступность, низкая стоимость, малый вес и габаритные размеры, низкое энергопотребление современных МЭМС датчиков позволяют легко добавить их в состав УНАП.

2. МЭМС плохо подходят для решения задачи позиционирования, но при этом гироскопы этих систем формируют относительно стабильные и точные измерения угловых скоростей вращения, востребованных при комплексировании с УНАП. В то время как комплексирование МЭМС с классическими НАП малоэффективно, при комплексировании с УНАП можно ожидать значительных результатов.

Для достижения поставленной цели в работе решается ряд задач:

1. С помощью имитационного моделирования сравнить нескольких МЭМС-датчиков различных ценовых диапазонов по критерию точности решения задачи инерциальной навигации на их основе. При этом решается ряд образовательных подзадач: требуется сформировать представление о характере ошибок датчиков, научиться их моделировать; научиться моделировать движение объекта, включая вращательное; научиться решать задачу инерциальной навигации.

2. Получить выборку измерений гироскопов и акселерометров неподвижного МЭМС-датчика.

3. Провести анализ полученных реализаций измерений инерциальных датчиков.

4. Разработать имитационную модель ССРФ с комплексированием и без комплексирования с инерциальными датчиками. В качестве ошибок инерциальных датчиков использовать выборки процессов, полученные от МЭМС-датчика на предыдущих этапах.



5. Найти оптимальные значения шумовой полосы ССРФ при различной интенсивности вращательных движений носителя как в случае комплексирования УНАП с инерциальными датчиками, так и без комплексирования. По отношению оптимальных шумовых полос рассчитать изменение помехоустойчивости УНАП.

В качестве основного метода для решения поставленных задач в работе используется метод имитационного моделирования.

# 1 ОЦЕНИВАНИЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ПО ДАННЫМ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ

## 1.1 Причины использования инерциальных навигационных систем

В настоящее время использование спутниковых навигационных систем (СРНС) на подвижных объектах позволяет решать различные задачи, такие как навигация, ориентация и управление. Но бывают ситуации, когда доступ к сигналам СРНС затруднен. Такие ситуации могут возникнуть при уменьшении числа видимых спутников, воздействии помех и т.д.

В отличие от СРНС инерциальные навигационные системы (ИНС) могут работать в автономном режиме. Но без поддержки от СРНС автономные ИНС довольно быстро накапливают ошибку в определении местоположения и ориентации. Величина ошибки зависит от многих факторов и будет отличаться для различных моделей инерциальных датчиков.

Целью данной главы является оценивание ошибки ИНС в определении местоположения в пространстве. Для достижения этой цели необходимо:

- 1) Определить способ задания местоположения и ориентации объекта и изучить способы представления вращений;
- 2) Описать данные на выходе инерциальных датчиков;
- 3) Задать удобную для проверки траекторию движения объекта;
- 4) Создать на языке Matlab математическую модель (ММ) ИНС и провести с этой моделью ряд опытов.

## 1.2 Задание местоположения и ориентации объекта в пространстве

Под местоположением объекта будет пониматься положение центра масс объекта в декартовой системе координат North-East-Down (NED). NED – это локальная система координат (ЛСК), начало отсчета которой расположено на поверхности Земли в произвольно выбранной точке  $O_{NED}$  так, что направление оси  $O_{NED}D$  (Down) совпадает с направлением вектора тяжести. Оси  $O_{NED}N$  (North) и  $O_{NED}E$  (East) указывают направления на север и восток соответственно.

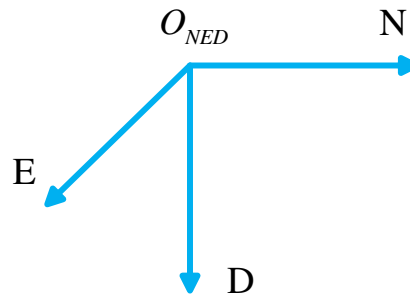


Рисунок 1.1 – ЛСК NED

Ориентацией объекта будем называть направление осей системы координат Roll-Pitch-Yaw (RPY), жестко связанной с объектом. Такая система координат называется связанной системой координат (ССК). Ее центр совпадает с центром масс объекта. Ось Roll совпадает с продольной осью объекта, ось Pitch – с поперечной осью объекта, а ось Yaw ортогональна плоскости, образуемой осями Roll и Pitch.

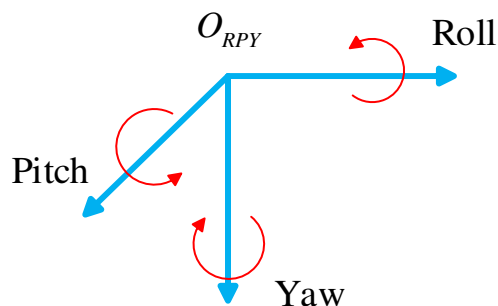


Рисунок 1.2 – ССК RPY

Ориентация объекта задается с помощью углов Эйлера ССК: угол крена (roll), угол тангажа (pitch) и угол рыскания (yaw). Изменение этих углов соответствует изменению направления осей ССК относительно осей ЛСК. Увеличение угла крена соответствует вращению объекта против часовой стрелки вокруг продольной оси Roll. Аналогично изменение углов тангажа и рыскания соответствуют вращению объекта вокруг осей Pitch и Yaw соответственно. На рисунке 1.3 изображены углы Эйлера для самолета.

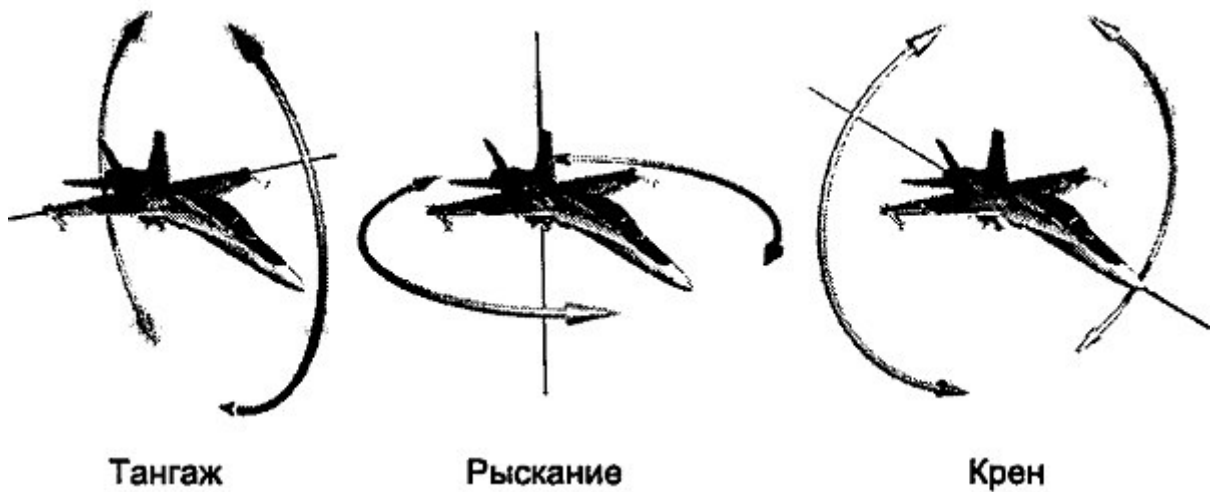


Рисунок 1.3 – Наглядная демонстрация углов Эйлера

### 1.3 Способы представления вращений и преобразования координат

Существуют различные способы представления ориентации объекта:

- 1) Матрица направляющих косинусов (матрица поворота);
- 2) Углы Эйлера (Эйлера-Крылова);
- 3) Кватернион вращения;
- 4) Вектор вращения.

Наиболее удобными и наглядным способом представления ориентации являются углы Эйлера. Для задания ориентации необходимо и однозначное преобразование координат из ССК в ЛСК и наоборот.

По углам Roll, Pitch, Yaw ( $R, P, Y$ ) можно найти матрицу поворота осей ССК к осям ЛСК:

$$U_{ССК}^{ЛСК} = \begin{pmatrix} cy \cdot cp & -cr \cdot sy + sr \cdot cy \cdot sp & sr \cdot sy + cr \cdot cy \cdot sp \\ sy \cdot cp & cr \cdot cy + sr \cdot sy \cdot sp & -sr \cdot cy + cr \cdot sy \cdot sp \\ -sp & sr \cdot cp & cr \cdot cp \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

где  $cR = \cos R$ ,  $sr = \sin R$ ,  $cp = \cos P$ ,  $sp = \sin P$ ,  $cy = \cos Y$ ,  $sy = \sin Y$ .

Также можно найти и кватернион вращения, преобразующий координаты из ЛСК в ССК:

$$\mathbf{q}_{ССК}^{ЛСК} = \begin{pmatrix} cR \cdot cP \cdot cY + sR \cdot sP \cdot sY \\ sR \cdot cP \cdot cY - cR \cdot sP \cdot sY \\ cR \cdot sP \cdot cY + sR \cdot cP \cdot sY \\ cR \cdot cP \cdot sY - sR \cdot sP \cdot cY \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

где  $cR = \cos \frac{R}{2}$ ,  $sR = \sin \frac{R}{2}$ ,  $cP = \cos \frac{P}{2}$ ,  $sP = \sin \frac{P}{2}$ ,  $cY = \cos \frac{Y}{2}$ ,  $sY = \sin \frac{Y}{2}$ .

Если задана матрица вращения

$$\mathbf{U}_{ССК}^{ЛСК} = \begin{pmatrix} U_{1,1} & U_{1,2} & U_{1,3} \\ U_{2,1} & U_{2,2} & U_{2,3} \\ U_{3,1} & U_{3,2} & U_{3,3} \end{pmatrix},$$

то можно получить углы крена, тангажа, рыскания:

$$\begin{aligned} R &= \text{atan } 2(U_{3,2}, U_{3,3}), \\ P &= \text{atan } 2\left(\sqrt{(U_{1,1})^2 + (U_{2,1})^2}, U_{3,1}\right) - \frac{\pi}{2}, \\ Y &= \text{atan } 2(U_{2,1}, U_{1,1}), \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $\text{atan } 2(y, x)$  – функция вычисления полного угла арктангенса.

В случае, если задан кватернион  $\mathbf{q}_{ССК}^{ЛСК} = (q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4)^T$ ,  $\|\mathbf{q}_{ССК}^{ЛСК}\| = 1$ , то углы Эйлера можно найти как:

$$\begin{aligned} R &= \text{atan } 2\left(2(q_1 q_2 + q_3 q_4), (1 - 2(q_2^2 + q_3^2))\right), \\ Y &= \arcsin\left(2(q_1 q_3 + q_2 q_4)\right), \\ P &= \text{atan } 2\left(2(q_1 q_4 + q_2 q_3), (1 - 2(q_3^2 + q_4^2))\right). \end{aligned} \quad (1.4)$$

А матрицу поворота можно рассчитать следующим образом:

$$\mathbf{U}_{ССК}^{ЛСК} = \begin{pmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2 q_3 - q_1 q_4) & 2(q_1 q_3 + q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3 q_4 + q_1 q_2) \\ 2(q_2 q_4 + q_1 q_3) & 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$



Если же задан вектор поворота осей ЛСК к осям ССК  $\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК} = (\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3)^T$ , то кватернион вращения рассчитывается:

$$\mathbf{q}_{ССК}^{ЛСК} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|}{2}\right) \\ \frac{\rho_1}{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|} \sin\left(\frac{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|}{2}\right) \\ \frac{\rho_2}{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|} \sin\left(\frac{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|}{2}\right) \\ \frac{\rho_3}{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|} \sin\left(\frac{\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\|}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

где  $\|\mathbf{\rho}_{ССК}^{ЛСК}\| = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2}$  – абсолютная величина угла поворота.

Наиболее широко для преобразования координат используются кватернионы. Это объясняется тем, что кватернионы вращения лишены недостатков других методов[1],[2]. Недостаток матрицы преобразования – большее число параметров, чем у кватерниона (девять против четырех). Кватернион вращения не подвержен такому явлению как «складывание рамок» (англ. «Gimbal lock»), в отличие от углов Эйлера. Это явление происходит по причине того, что углы Эйлера по своей природе разрывны: при угле тангажа равном  $90^\circ$  происходит скачок значений углов крена и рыскания на  $180^\circ$ . Явление «складывание рамок» изображено на рисунке 1.4.

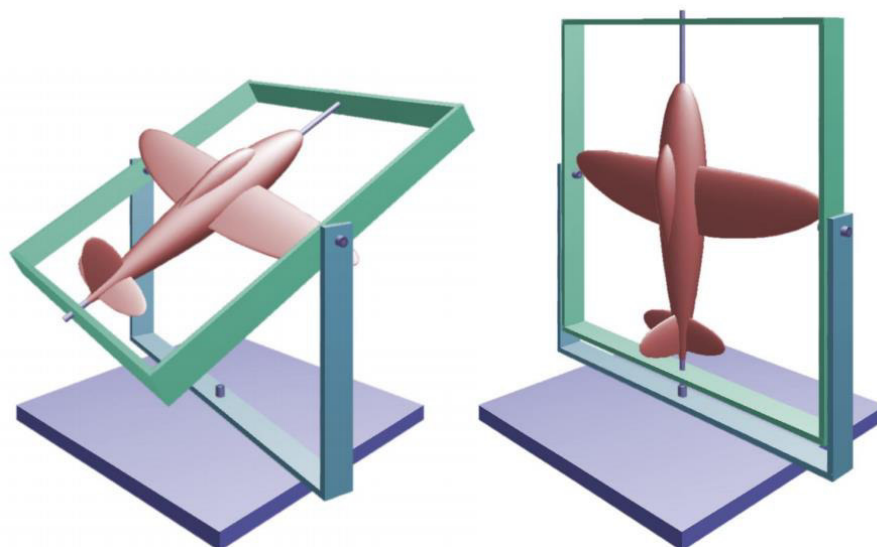


Рисунок 1.4 – Складывание рамок

И хотя вектор вращения имеет всего три параметра и также не подвержен складыванию рамок[2], но результат  $\boldsymbol{\rho}_\Sigma$  серии вращений  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3, \dots, \boldsymbol{\rho}_n$  – это сложная функция от  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3, \dots, \boldsymbol{\rho}_n$ . Для кватернионов же результат серии вращений  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3, \dots, \boldsymbol{\rho}_n$  – это последовательное перемножение кватернионов, т.е.  $\mathbf{q}_\Sigma = \mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_n) \otimes \mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_{n-1}) \otimes \dots \otimes \mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_1)$ , где  $\otimes$  – операция кватернионного произведения.

#### 1.4 Выходные данные инерциального блока

Инерциальный блок на носителе может включать в себя множество датчиков. В начальном приближении имеет смысл ограничиться моделированием измерений акселерометров и гороскопов.

Данные от датчиков поступают с определенным периодом – периодом выдачи данных, пределы выбора которого указаны в документации к инерциальному блоку.

Выходы акселерометров в собственной системе координат объекта (ССК) могут быть описаны как[3]:

$$\mathbf{a}_{ipy,k} = (\mathbf{I} + \mathbf{m}_{a,k}) \mathbf{A}_{ipy,k} + \mathbf{b}_{a,k} + \mathbf{n}_{a,k}, \quad (1.7)$$

где  $k$  – номер отсчета,  $\mathbf{A}_{ipy,k}$  – вектор истинных ускорений в ССК,  $\mathbf{m}_{a,k}$  – матрица перекося осей и погрешностей масштабных коэффициентов,  $\mathbf{b}_{a,k}$  – вектор смещения

нулей акселерометров,  $\mathbf{n}_{a,k}$  – вектор независимых белых гауссовских шумов с СКО  $\sigma_a$ ,  $\mathbf{I}$  – диагональная единичная матрица  $3 \times 3$ .

Матрица  $\mathbf{m}_a$  в общем случае имеет вид:

$$\mathbf{m}_a = \begin{pmatrix} m_{a11} & m_{a12} & m_{a13} \\ m_{a21} & m_{a22} & m_{a23} \\ m_{a31} & m_{a32} & m_{a33} \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Для устранения неопределенности определения угловой ориентации необходимо, чтобы как минимум одна из осей акселерометров в точности совпадала с осью ССК[3]. Если это будет ось «рыскания», то матрица  $\mathbf{m}_a$  будет иметь вид:

$$\mathbf{m}_a = \begin{pmatrix} m_{a11} & 0 & 0 \\ m_{a21} & m_{a22} & m_{a23} \\ m_{a31} & m_{a32} & m_{a33} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

При эффективной температурной компенсации, параметры  $\mathbf{m}_{a,k}$  и  $\mathbf{b}_{a,k}$  могут быть приняты постоянными. Однако небольшой уход этих параметров вполне возможен. Для учета этого эффекта будем считать эти процессы винеровскими:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{a,k} &= \mathbf{b}_{a,k-1} + \sigma_{ba} \cdot \mathbf{n}_{ba,k}, \\ \mathbf{m}_{a,k} &= \mathbf{m}_{a,k-1} + \sigma_{ma} \cdot \mathbf{n}_{ma,k}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

где  $\mathbf{n}_{ba,k}$  и  $\mathbf{n}_{ma,k}$  – матрицы соответствующих размеров с гауссовскими шумами с нулевыми математическими ожиданиями и единичными СКО.

Аналогично описываются и выходы гироскопических датчиков в ССК:

$$\boldsymbol{\omega}_{rpy,k} = (\mathbf{I} + \mathbf{m}_{g,k}) \boldsymbol{\Omega}_{rpy,k} + \mathbf{b}_{g,k} + \mathbf{n}_{g,k} \quad (1.11)$$

где  $k$  – номер отсчета,  $\boldsymbol{\Omega}_{rpy,k}$  – вектор истинных угловых скоростей в ССК,  $\mathbf{m}_{g,k}$  – матрица перекося осей и погрешностей масштабных коэффициентов,  $\mathbf{b}_{g,k}$  – вектор смещения нулей гироскопов,  $\mathbf{n}_{g,k}$  – вектор независимых белых гауссовских шумов с СКО  $\sigma_g$ ,  $\mathbf{I}$  – диагональная единичная матрица  $3 \times 3$ .

Как и для акселерометров, для гироскопов матрица  $\mathbf{m}_{g,k}$  для устранения неопределенности в определении угловой ориентации примет вид:

$$\mathbf{m}_g = \begin{pmatrix} m_{g11} & 0 & 0 \\ m_{g21} & m_{g22} & m_{g23} \\ m_{g31} & m_{g32} & m_{g33} \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

а параметры  $\mathbf{m}_{g,k}$  и  $\mathbf{b}_{g,k}$  будем считать винеровскими процессами:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{g,k} &= \mathbf{b}_{g,k-1} + \sigma_{bg} \cdot \mathbf{n}_{bg,k}, \\ \mathbf{m}_{g,k} &= \mathbf{m}_{g,k-1} + \sigma_{mg} \cdot \mathbf{n}_{mg,k}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

где  $\mathbf{n}_{bg,k}$  и  $\mathbf{n}_{mg,k}$  – матрицы соответствующих размеров с гауссовскими шумами с нулевыми математическими ожиданиями и единичными СКО.

## 1.5 Траектория движения объекта

Траектория движения объекта (носителя) должна быть такой, чтобы в любой момент времени было легко найти вторую производную от координат, т.е. истинное ускорение. Поэтому была выбрана винтовая траектория. Движение носителя происходит равномерно по оси Down со скоростью  $V_d$ , и по законам  $R \cdot \cos(\omega_{об}t)$  и  $R \cdot \sin(\omega_{об}t)$  для осей North и East соответственно, где  $R$  – радиус окружности,  $\omega_{об}$  – частота оборотов. Т.е. траекторию объекта можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} \text{north} = R \cdot \cos(\omega_{об}t) \\ \text{east} = R \cdot \sin(\omega_{об}t) \\ \text{down} = V_d t \end{cases} \quad (1.14)$$

Для такой траектории скорость  $V_d$  носителя можно найти по формуле:

$$V_d = \frac{2\pi R}{T_{обор.}} \cdot \text{tg}(P), \quad (1.15)$$

где  $T_{обор.}$  – время оборота,  $P$  – угол тангажа.

Пройденный объектом путь найдем как:



$$L = N\sqrt{h^2 + (2\pi)^2}, \quad (1.16)$$

где  $N$  – количество оборотов, равное  $N = \frac{T_{\text{мод.}}}{T_{\text{обор.}}}$ ;  $h$  – величина изменения координаты по оси Down, равная  $h = V_d T_{\text{мод.}}$ ,  $T_{\text{мод.}}$  – время моделирования.

Тогда скорость носителя равна:

$$V = \frac{L}{T_{\text{мод.}}} \quad (1.17)$$

Пример такой траектории с параметрами  $T_{\text{мод.}} = 60$  с,  $T_{\text{обор.}} = \frac{T_{\text{мод.}}}{3} = 20$  с,  $R = 500$  м,  $P = 10^\circ$  изображен на рисунке 1.5.

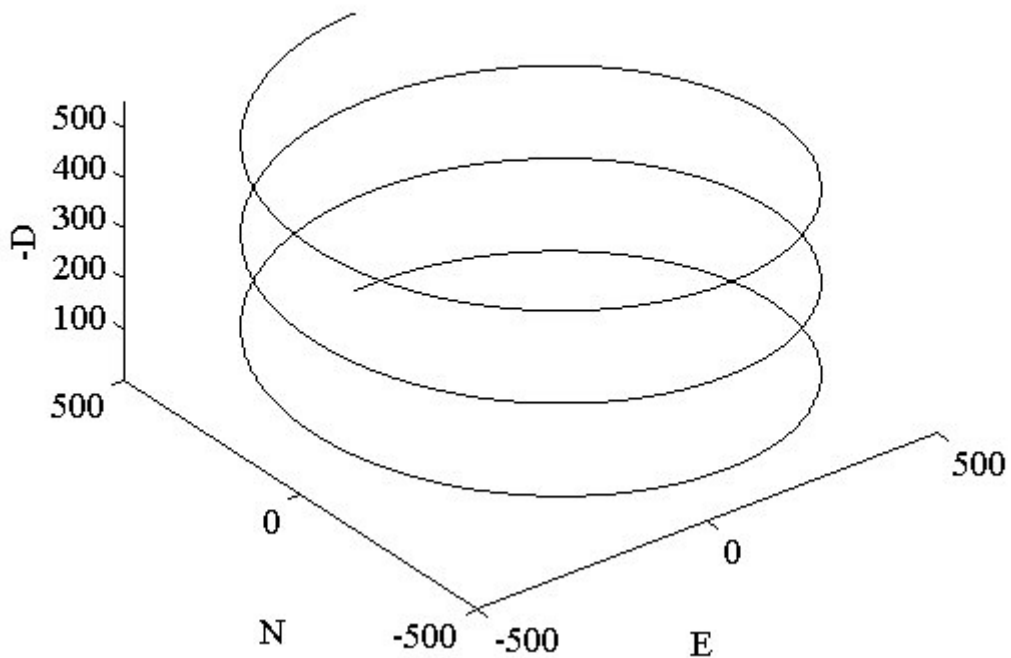


Рисунок 1.5 – Пример траектории

## 1.6 Создание ММ ИНС

Необходимо создать такую ММ ИНС, которая позволяла бы получать на выходе данные об ориентации носителя, координаты и вектор скорости носителя в любой момент времени в ЛСК.

На вход ММ модели должны поступать сигналы с модели инерциального блока и сведения о его ориентации.

Будем считать, что вектор тяжести известен в каждый момент времени, а моделирование производится при наличии оценок первоначальной ошибки положения, смещения и перекоса осей. Такие начальные условия обусловлены тем, что рассматривается работа навигационной аппаратуры потребителя (НАП) сразу после отключения сигналов СРНС.

Таким образом, задачу создания ММ ИНС можно разбить на 3 подзадачи:

- 1) Формирование траектории и истинных значений ускорений и угловых скоростей;
- 2) Моделирование показаний датчиков;
- 3) Реализация алгоритма бесплатформенной ИНС (БИНС).

Формирование траектории происходит согласно системе уравнений (1.14). Поэтому истинные значения ускорений находятся как вторая производная от траектории:

$$\begin{cases} a_{north} = -R \cdot \omega_{o\sigma}^2 \cdot \cos(\omega_{o\sigma} t) \\ a_{east} = -R \cdot \omega_{o\sigma}^2 \cdot \sin(\omega_{o\sigma} t) \\ a_{down} = 0 \end{cases} \quad (1.18)$$

Поскольку моделирование происходит в дискретные моменты времени, то ускорения можно представить в виде:

$$\mathbf{A}_{ned,k} = \begin{pmatrix} -R \cdot \omega_{o\sigma}^2 \cdot \cos(\omega_{o\sigma} t_k) \\ -R \cdot \omega_{o\sigma}^2 \cdot \sin(\omega_{o\sigma} t_k) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Вектор угловых скоростей представим в виде:

$$\mathbf{\Omega}_{rpy,k} = \begin{pmatrix} \Omega_{r,k} \\ \Omega_{p,k} \\ \Omega_{y,k} \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Формирование выходных данных ММ инерциального измерительного блока (ИИБ) происходит следующим образом: на вход ММ ИИБ поступают истинные значения ускорения в ЛСК и истинные значения угловых скоростей в ССК.

Истинные значения ускорения в ЛСК пересчитываются в ускорения ССК по формуле:

$$\mathbf{a}_{rpy,k} = \mathbf{q} \otimes \mathbf{A}_{ned,k} \otimes \mathbf{q}^*, \quad (1.21)$$

где  $\mathbf{q}$  – кватернион вращения, рассчитанный для углов крена, тангажа и рыскания на  $k$ -ом шаге,  $\mathbf{q}^*$  – сопряженный ему кватернион.

Далее значения ускорений преобразуются согласно формуле (1.7), а значения угловых скоростей – согласно формуле (1.11).

На рисунке 1.6 изображена схема работы ММ ИИБ.

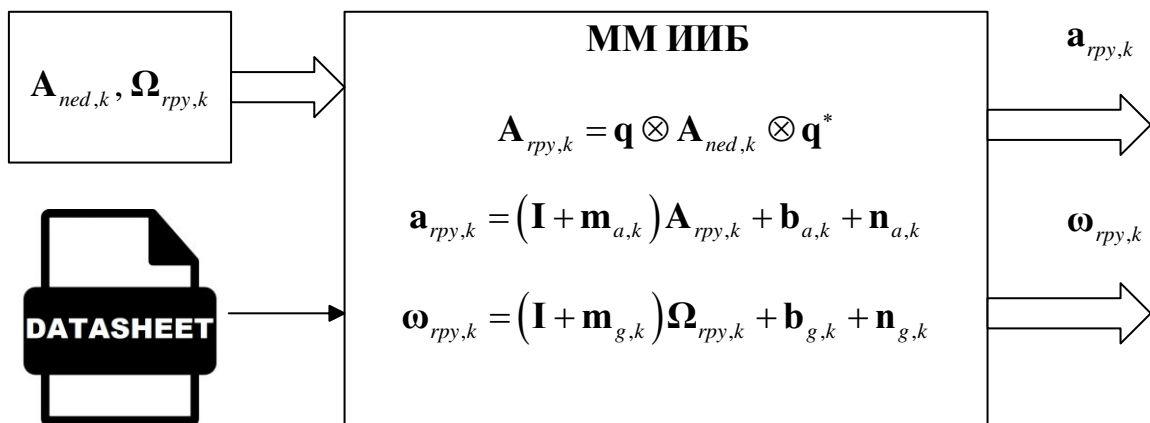


Рисунок 1.6 – Схема работы ММ ИИБ

С выхода ИИБ данные об ускорении и угловой скорости попадают на вход БИНС. На выходе БИНС дает вектора текущих координат и ориентации.

Сначала БИНС пересчитывает значения ускорений из ССК в ЛСК:

$$\mathbf{a}_{ned,k} = \mathbf{q}^* \otimes \mathbf{a}_{rpy,k} \otimes \mathbf{q}, \quad (1.22)$$

а затем рассчитывает вектор скорости  $\mathbf{v}_{ned,k}$  в момент времени  $k$ :

$$\mathbf{v}_{ned,k} = \mathbf{v}_{ned,k-1} + \mathbf{a}_{ned,k} \cdot dt \quad (1.23)$$

где  $dt$  – шаг выдачи данных. По вектору скорости восстанавливается траектория:

$$\mathbf{s}_{ned,k} = \mathbf{s}_{ned,k-1} + \mathbf{v}_{ned,k} \cdot dt \quad (1.24)$$

где  $\mathbf{s}_{ned,k}$  – восстановленный вектор координат на  $k$ -ом шаге.

После этого рассчитывается текущая ориентация объекта:

$$\begin{pmatrix} r \\ p \\ y \end{pmatrix}_k = q2rpy(\mathbf{q}_{k-1}) + \boldsymbol{\omega}_{rpy,k} \cdot dt, \quad (1.25)$$

где  $(r \ p \ y)_k^T$  – вектор углов крена, тангажа и рыскания в  $k$ -ый момент времени, а  $q2rpy(\mathbf{q})$  – функция, реализующая преобразование (1.4).

На рисунке 1.7 – Схема БИНС изображена схема, реализующая алгоритм БИНС.

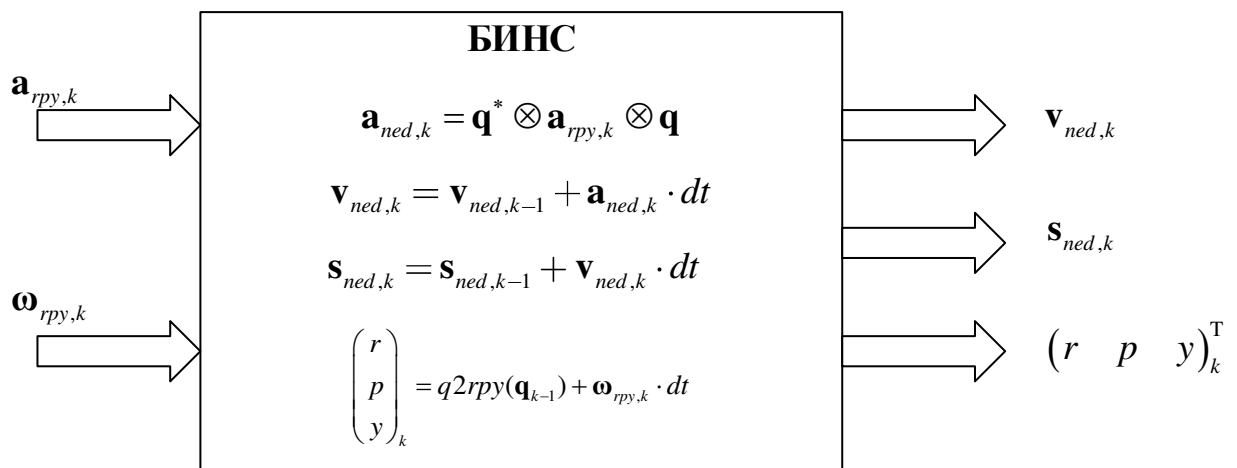


Рисунок 1.7 – Схема БИНС



## 1.7 Условия и результаты моделирования

Моделирование проводилось при следующих параметрах: радиус траектории  $R = 500$  м; время моделирования  $T_{\text{мод.}} = 60$  с; время одного оборота  $T_{\text{обор.}} = 30$  с; угол тангажа  $P = 10^\circ$ .

Носитель вращается вокруг продольной оси со скоростью 10 градусов в секунду.

По формуле (1.15) определяем скорость движения вдоль оси Down  $V_d \approx 18,45 \text{ м/с} = 66,42 \text{ км/ч}$ . Тогда  $h = V_d T_{\text{мод.}} = 1107$  м. Подставив (1.16) в (1.17)

$$\text{находим скорость объекта } V = \frac{2\sqrt{h^2 + 2\pi R^2}}{T_{\text{мод.}}} \approx 400 \text{ км/ч}.$$

Моделирование проводилось для пяти моделей инерциальных блоков: ADIS16405, MPU9250, MPU 6050, Pololu MinIMU-9, BOSCH BMX055. Во всех случаях период выдачи данных составляет 5 мс.

СКО белых гауссовских шумов рассчитываются исходя из документации блоков для полосы 40 Гц.

Величину перекоса осей и сдвига нулей также берем из документации.

Так как величина отклонения от идеальной траектории – величина случайная, то сравнение моделей блоков нужно проводить по результатам большого количества опытов. Величиной, по которой будет произведено сравнение, является среднеквадратическая ошибка (СКОш)  $RMSE$ , рассчитываемая формуле:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{ид})^2}, \quad (1.26)$$

где  $N$  – количество экспериментов,  $\mathbf{r}_i$  – радиус-вектор в конце  $i$ -го опыта,  $\mathbf{r}_{ид}$  – радиус-вектор идеальной траектории.

Не для всех датчиков в технической документации приведены все необходимые сведения. Но провести моделирование, без знания значений определенных параметров невозможно. Поэтому в моделировании было сделано допущение:

нужные характеристики были взяты хуже, чем у лучшего из моделируемых датчиков. Лучший по характеристикам датчик – ADIS16405. В случае, если для остальных датчиков не было определенного параметра, то такой параметр брался на порядок хуже, чем у ADIS16405.

К сожалению, полностью устранить ошибку смещения и перекоса осей нельзя. Но на практике удастся уменьшить ее на порядок, по сравнению с приведенным в технической документации [4]. Исходя из этого и выбиралась величина этих характеристик.

Одна из характеристик, значение которой необходимо знать при моделировании, – дисперсия смещения нулей, не приведена в технической документации. Дисперсию смещения нулей можно подобрать, моделируя винеровский процесс (1.10), исходя из приведенных графиков дисперсии Аллана. Подбирать нужно таким образом, чтобы дисперсия процесса стала равна уровню фликер-шума на графике дисперсии Аллана.

Не для всех датчиков можно найти графики дисперсии Аллана. В этом случае было еще одно допущение – нужный параметр брался близким по значению к значению аналогичного параметра схожего по характеристикам датчика.

В модели не учитывается возможный уход элементов матрицы перекоса осей.

В таблице 1.1 приведены параметры моделей гироскопических датчиков с учетом вышеприведенных допущений.

Таблица 1.1 – Параметры гироскопических датчиков

Модель	$m_{g,ii}$	$m_{g,ij}$	$\sigma_g, \text{град}/\text{с}$	$\sigma_{bg}, \text{град}/\text{с}$	$b_{g,i}, \text{град}/\text{с}$
ADIS16405	$0,87 \cdot 10^{-3}$	$0,87 \cdot 10^{-4}$	0,32	$0,43 \cdot 10^{-3}$	0,3
MPU9250	0,02	0,002	0,063	0,004	0,5
MPU 6050	0,02	0,002	0,032	0,002	2
Pololu MinIMU-9	0,05	0,005	0,19	0,012	1,5
BOSCH BMX055	$0,87 \cdot 10^{-3}$	0,001	0,089	0,002	0,1

В таблице 1.2 приведены параметры моделей акселерометров с учетом вышеприведенных допущений.

Таблица 1.2 – Параметры акселерометров датчиков

Модель	$m_{a,ii}$	$m_{a,ij}$	$\sigma_a, \text{М/с}$	$\sigma_{ba}, \text{М/с}$	$\mathbf{b}_a, \text{М/с}$
ADIS16405	$0,87 \cdot 10^{-3}$	$0,35 \cdot 10^{-3}$	0,031	$1,72 \cdot 10^{-5}$	$\begin{pmatrix} 0,049 \\ 0,049 \\ 0,049 \end{pmatrix}$
MPU9250	0,02	0,002	0,017	$5,98 \cdot 10^{-5}$	$\begin{pmatrix} 0,049 \\ 0,049 \\ 0,078 \end{pmatrix}$
MPU 6050	0,02	0,002	0,025	$7,98 \cdot 10^{-5}$	$\begin{pmatrix} 0,049 \\ 0,049 \\ 0,078 \end{pmatrix}$
Pololu MinIMU-9	0,05	0,005	0,014	$3,99 \cdot 10^{-5}$	$\begin{pmatrix} 0,059 \\ 0,059 \\ 0,059 \end{pmatrix}$
BOSCH BMX055	$0,87 \cdot 10^{-5}$	0,001	$9,3 \cdot 10^{-3}$	$7,98 \cdot 10^{-5}$	$\begin{pmatrix} 0,078 \\ 0,078 \\ 0,078 \end{pmatrix}$

В таблице 1.3 приведены результаты моделирования.

Таблица 1.3 – Результаты моделирования

Модель блока	$RMSE$ , м
ADIS16405	53,27 м
MPU 6050	126,1 м
MPU 9250	121,77 м
Pololu MinIMU-9	214,2 м
BOSCH BMX055	82,55 м



На рисунке 1.8 изображена одна из реализаций восстановления траектории.

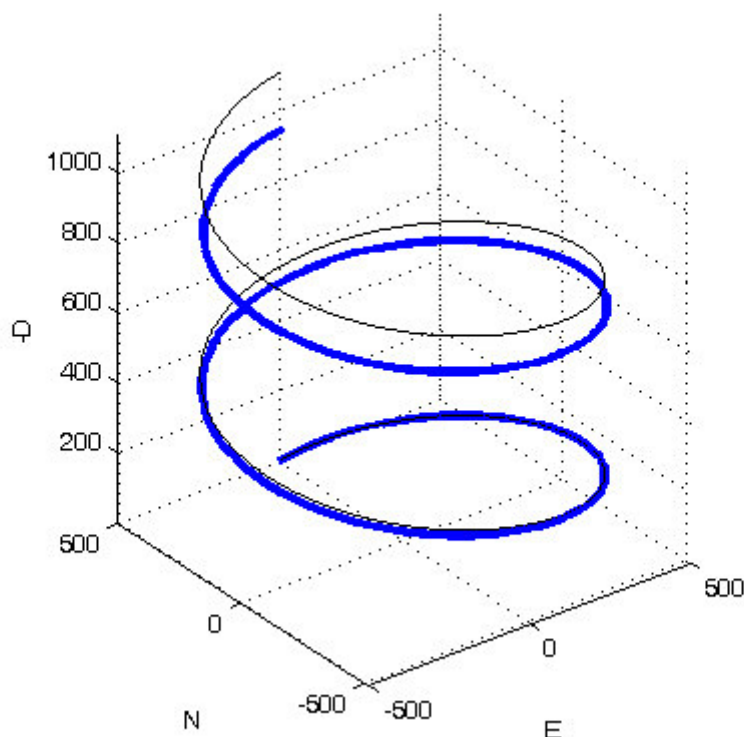


Рисунок 1.8 – Реализация восстановления траектории

## 1.8 Результаты главы

Была получена модель, позволяющая сравнивать несколько МЭМС-датчиков разных ценовых диапазонов по критерию точности решения задачи инерциальной навигации по критерию точности.

В ходе создания самой модели были разработаны функциональные блоки моделей для последующих исследований.

С помощью моделирования было проведено сравнение следующих датчиков: Analog Devices ADIS16405, InvenSense MPU9250, InvenSense MPU6050, Pololu MinIMU-9, Bosch BMX055 по критерию точности. Из этих датчиков наилучшим оказался Analog Devices ADIS16405 с ошибкой в 50 метров, а наихудшим – Pololu MinIMU-9 с ошибкой в 220 метров.

Из полученных результатов видно, что более дешевые датчики дают большую ошибку, поэтому их применение возможно только для кратковременного использования без поддержки СРНС.

В случае долгого отсутствия сигнала СРНС желательно использовать более дорогие и качественные датчики, но даже лучшие из них очень плохо подходят для автономной навигации, так как ошибки определения местоположения и ориентации возрастают недопустимо быстро.

Модель учитывает только часть из влияющих факторов, поэтому реальные отклонения могут быть больше.

## 2 ОШИБКИ ИИБ

### 2.1 Обзор ошибок ИИБ

В качестве ИИБ в работе используются акселерометры и гироскопы выполненные по МЭМС технологии. В последнее время датчики, выполненные по МЭМС технологии получили широкое распространение. Такая популярность обусловлена доступностью, малыми габаритами, относительно небольшой стоимостью, удобством и простотой использования.

Одной из основных проблем датчиков ИНС, которые продолжительное время работают в автономном режиме, является отсутствие возможности описания ошибок показаний этих датчиков с помощью стандартных статистических моделей[5]. Но так как структура и характер шумовых составляющих в канале измерения оказывают существенное влияние на достоверность оценки самой измеряемой величины, то необходимо использовать другой подход для описания шумовых воздействий. Такими подходами могут стать методы дисперсии Аллана и спектральной плотности мощности.

Для использования данных, получаемых с ИИБ нужно выделить из выходного сигнала информационную составляющую. Информационная составляющая в выходном сигнале датчика может быть сильно зашумлена.

Выходной сигнал  $y(t)$  датчиков можно представить в виде[5]:

$$y(t) = u(t) + e(t) + b(T) + N(a, \omega, T, t), \quad (2.1)$$

где  $t$  – время,  $T$  – температура,  $a, \omega$  – реальные кинематические величины, которые измеряет датчик,  $y(t)$  – выходные данные датчика,  $u(t)$  – информационная составляющая сигнала,  $b(T)$  – уход показаний, вызванный изменением температуры окружающей среды,  $N(a, \omega, T, t)$  – ошибки, вызванные условиями среды.

Отклонение  $b(T)$  обычно постоянно.

Методами аппроксимации можно оценить только зависящую от времени шумовую компоненту  $e(t)$ .

Описания шумовых составляющих для гироскопов и акселерометров похожи. Отличия заключаются в размерностях величин, измеряемых датчиками. Поэтому дальнейшее описание будет приведено для гироскопов.

Обычно реальные шумы чувствительных элементов пытаются описать 5 видами известных шумов. На рисунке 2.1 приведена демонстрация «обычного базиса» шумов для отклонения Аллана.

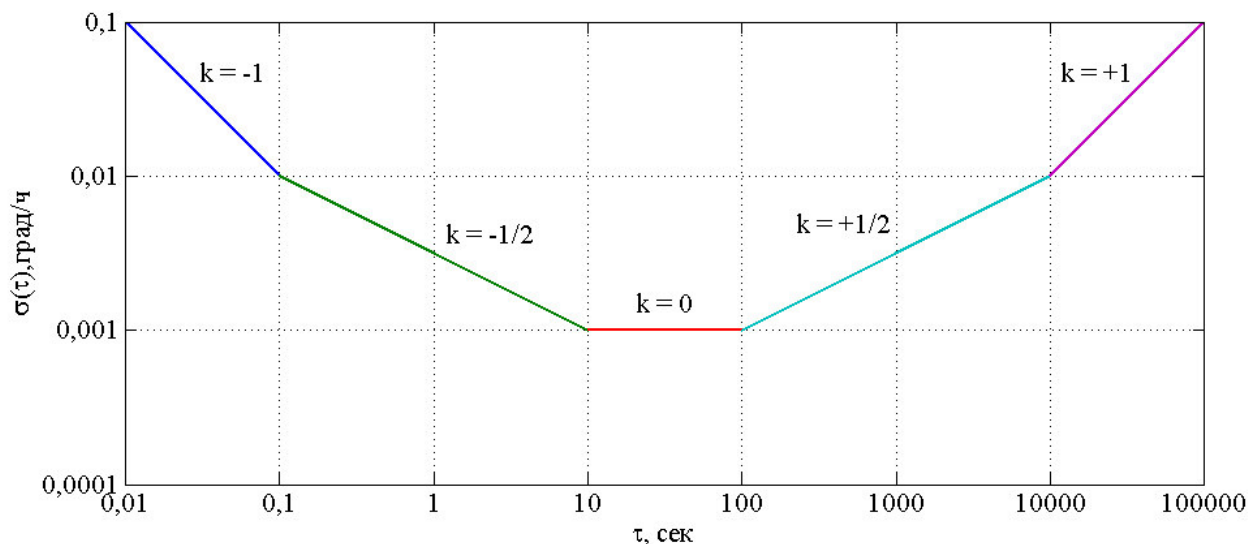


Рисунок 2.1 – «Базис» шумов

Но на самом деле, типов шумов больше, поэтому в реальности иные типы шумов не дают точно оценить параметры пяти «базисных» шумов. [6] Поэтому изучая шумы, можно найти новые типы и занести их в базис. Это позволит более точно описывать случайную составляющую выходного сигнала датчика.

Далее будут приведены сведения о шести типах шумов.

### 2.1.1 Шум квантования

Шум квантования (Quantization Noise) обусловлен конечностью разрешающей способности датчика и частоты дискретизации аналого-цифрового преобразователя (АЦП), т.е. его дискретной природой. АЦП либо округляет (до определенного разряда), либо усекает сигнал (отбрасывает младшие разряды). Таким образом выходной сигнал датчика несколько отличается от исходного аналогового сигнала.

Шум квантования обладает малым временем корреляции, т.е. большой полосой. Это значит, что шум квантования можно моделировать белым шумом с равномерным распределением.

Такая ошибка не накапливается со временем.

### 2.1.2 Случайное блуждание (дрейф) угла

Случайное блуждание (дрейф) угла (Angle Random Walk) – основная шумовая компонента в выходных данных МЭМС-датчиков [5]. Дрейф угла можно охарактеризовать как компоненту аддитивного белого шума.

Представление в виде компоненты белого шума выходит из следующих соображений. Выходной сигнал гироскопа принимается в дискретные моменты времени длительностью  $T_0$ , значит, шум гироскопа может быть описан белой последовательностью (дискретным белым шумом) с нулевым математическим ожиданием  $M[\varepsilon_{WN}] = 0$ . Белая последовательность имеет конечную дисперсию  $\sigma_{WN}^2$ .

В случае, если гироскоп находится на неподвижном основании, то его выходной сигнал будет белым дискретным шумом  $\varepsilon_{WN}(k)$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$  – номер отсчета. Математическое ожидание и дисперсия этого шума будут равны  $M[\varepsilon_{WN}(k)] = M[\varepsilon_{WN}] = 0$  и  $D[\varepsilon_{WN}(k)] = D[\varepsilon_{WN}] = \sigma_{WN}^2$  соответственно.

У белого дискретного шума любые два значения независимы, т.е.

$$M[\varepsilon_{WN}(i)\varepsilon_{WN}(k)] = \delta_{ik}, \quad (2.2)$$

где  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера ( $\delta_{ik} = 1$ , если  $i = k$ , и  $\delta_{ik} = 0$ , если  $i \neq k$ ).

Проинтегрируем выходную белую последовательность, используя метод прямоугольников:

$$\int_0^t \varepsilon_{WN}(\tau) d\tau = T_0 \sum_{k=1}^m \varepsilon_{WN}(k), \quad (2.3)$$

где  $t = mT_0$  – время интегрирования,  $m$  – количество отсчетов на интервале интегрирования.



Найдем математическое ожидание от (2.3):

$$M \left[ \int_0^t \varepsilon_{WN}(\tau) d\tau \right] = M \left[ T_0 \sum_{k=1}^m \varepsilon_{WN}(k) \right] = T_0 m M [\varepsilon_{WN}] = 0 \quad (2.4)$$

Теперь найдем дисперсию от (2.3):

$$D \left[ \int_0^t \varepsilon_{WN}(\tau) d\tau \right] = D \left[ T_0 \sum_{k=1}^m \varepsilon_{WN}(k) \right] = T_0^2 m D [\varepsilon_{WN}] = T_0 t \sigma_{WN}^2 \quad (2.5)$$

При интегрировании шума гироскопа типа белой последовательности возникает ошибка в определении угла с нулевым математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_\theta$ , возрастающим пропорционально квадратному корню от времени [7]:

$$\sigma_\theta(t) = \sigma_{WN} \sqrt{T_0 t}, \quad (2.6)$$

Из формулы (2.6) видно, что со временем происходит рост СКО определения углов.

Как правило в технической документации даются характеристики не самого белого шума, а параметры случайного процесса, полученные в результате интегрирования белого шума. Такой случайный процесс является винеровским случайным процессом. Это и есть случайное блуждание угла.

Случайное блуждание угла (Angle Random Walk (ARW)) определяется следующим образом [7]:

$$ARW = \sigma_{WN} \sqrt{T_0} \quad (2.7)$$

с размерностью  $\frac{\circ}{ч}$  или  $\frac{rad}{ч}$ .

Учитывая (2.6) можно представить соотношение (2.7) в виде:

$$\sigma_\theta(t) = ARW \sqrt{t} \quad (2.8)$$

Дрей угла в  $0,5 \text{ } \frac{\circ}{\text{ч}}$  говорит о том, что спустя десять минут ошибка составит  $0,2^\circ$ , через час  $0,5^\circ$ , а через 2 часа –  $0,7^\circ$ .

Можно охарактеризовать шум и иначе: через спектральную плотность шума  $S$  (Power Spectral Density (PSD)) и быстрое преобразование Фурье  $FFT$  (Fast Fourier Transform(FFT)) [7] [8]. Тогда случайное блуждание угла можно выразить через эти характеристики следующим образом:

$$ARW \left[ \frac{\circ}{\sqrt{\text{ч}}} \right] = \frac{1}{60} \sqrt{S \left[ \frac{\left( \frac{\circ}{\text{ч}} \right)^2}{\Gamma \text{ч}} \right]}, \quad (2.9)$$

$$ARW \left[ \frac{\circ}{\sqrt{\text{ч}}} \right] = \frac{1}{60} FFT \left[ \frac{\circ}{\sqrt{\Gamma \text{ч}}} \right] \quad (2.10)$$

При известных полосе пропускания  $BW$  и СКО шума  $\sigma_{WN}$  случайное блуждание угла можно найти как [8]:

$$ARW \left[ \frac{\circ}{\sqrt{\text{ч}}} \right] = \frac{1}{60} \sigma_{WN}^2 \left[ \frac{\circ}{\text{ч}} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{BW [\Gamma \text{ч}]}} \quad (2.11)$$

### 2.1.3 Фликкер-шум

Фликкер-шум (Нестабильность смещения нуля) (Bias Instability) – это шум, возникающий в электронных компонентах съема и обработки информации, подверженных случайному «мерцанию» («flickering»). Часто называют  $1/f$ -шумом.

Фликкер-шум имеет спектральную плотность  $S$ , равную [8]:

$$S(\omega) = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi} \frac{1}{\omega}, & \omega \leq \omega_0 \\ 0, & \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (2.12)$$

где  $\omega_0$  – граничная частота;  $B$  – коэффициент нестабильности нуля.

Этот шум оказывает большое влияние на низких частотах, а с увеличением частоты его интенсивность падает. На высоких частотах фликкер-шум перекрывается белым шумом.

$1/f$ -шум проявляется практически у всех материалов и элементов, используемых в электронике. Более того, фликкер-шум является универсальным типом флуктуаций. Он присутствует не только при измерениях в электронике, но и в большом количестве наблюдений в самых различных сферах: начиная от явлений природы (грозы и землетресения) и заканчивая флуктуациями нормального периода сердцебиения человека[9].

Разумеется причина возникновения фликкер-шума в различных случаях совершенно различается.

#### **2.1.4 Случайное блуждание скорости**

Случайное блуждание (дрейф) скорости (Rate Random Walk (RRW)) – вид шума, представляющий собой случайное блуждание реально измеряемых датчиком физических величин, таких как ускорение и угловая скорость[5]. На больших промежутках времени наблюдается медленное монотонное отклонение значений.

Природа этого шума неизвестна. Время корреляции очень велико, поэтому для его оценки необходимо снять большое количество данных с датчиков. При этом необходимо учитывать, что на длительных промежутках времени датчик подвергается изменениям условий среды. Из-за этого дрейф скорости может теряться на фоне воздействий нестабильности среды.

#### **2.1.5 Мультипликативная систематическая погрешность**

Мультипликативная систематическая погрешность представляет собой детерминированное отклонение показаний датчика на значительных промежутках времени. В подавляющем большинстве случаев такой шум обусловлен условиями среды, такими как стабильность температуры, стабильность источника питания, стационарность датчика [5].

При соблюдении требований к условиям эксперимента данный тип шума не должен проявляться.

### 2.1.6 Синусоидальный шум

Синусоидальный шум – это шум, порождаемый вибрациями в компонентах датчика. Принцип работы любых МЭМС-датчиков основан на измерении вибраций или вращений компонентов устройства, особенно гироскопов, которые получают данные на основе измерения кориолисовой силы. Этим обусловлено зашумление выходного сигнала датчика псевдодетерминированной синусоидальной компонентой, непосредственно связанной с резонансной частотой его компонентов. При частоте шума, близкой к частоте выдачи данных датчиком, практически незаметен на графике дисперсии Аллана, так как он теряется на фоне белого шума (дрейфа угла) датчика [5].

## 2.2 Оценка ошибок

Как было сказано выше, стандартные методы статистического анализа (нахождение среднего и дисперсии) не могут дать оценки перечисленных шумовых компонент. Поэтому необходимо применять другие методы.

Методами анализа частотных интервалов можно выявить присутствие той или иной шумовой компоненты в сигнале, но конкретные значения ошибок получить невозможно.

Для оценки шумовых составляющих принято использовать два метода – метод спектральной плотности мощности и метод дисперсии Аллана.

Источники ошибок в выходном сигнале датчика статистически независимы [5]. Поэтому общую ошибочную компоненту сигнала для дисперсии Аллана и для СПМ можно представить в виде композиции всех шумовых составляющих.

Для дисперсии Аллана  $\sigma^2(\tau)$  получим следующую формулу:

$$\sigma^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^2 \frac{3}{\tau^2} \quad (2.13)$$

А для СПМ:

$$S_{\Omega}(f) = (2\pi f)^2 \tau_0 Q^2 + N^2 + \left(\frac{B}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f} + \left(\frac{K}{2\pi}\right) \frac{1}{f^2} + \frac{R^2}{(2\pi f)^3} \quad (2.14)$$

И в том и в другом случае аппроксимация производится нелинейным методом наименьших квадратов так, чтобы графики функций с полученными коэффициентами были наиболее близки к графикам экспериментальных данных. Значения коэффициентов  $R, K, B, N, Q$  характеризуют интенсивность отдельных шумовых составляющих выходного сигнала измерителя.

Если коэффициенты  $R, K, B, N, Q$  определены достаточно точно, то (2.13) и (2.14) дают достаточно близкую оценку шумовых воздействий [5].

### 2.2.1 Спектральная плотность мощности

Спектральная плотность мощности – функция, описывающая распределение мощности сигнала в зависимости от частоты, то есть мощность, приходящуюся на единичный интервал частоты.

СПМ  $S_{\Omega}(\omega)$  можно найти как двухстороннее преобразование Фурье от корреляционной функции  $K(\tau)$ :

$$S_{\Omega}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.15)$$

На рисунке 2.2 изображен типичный график СПМ.

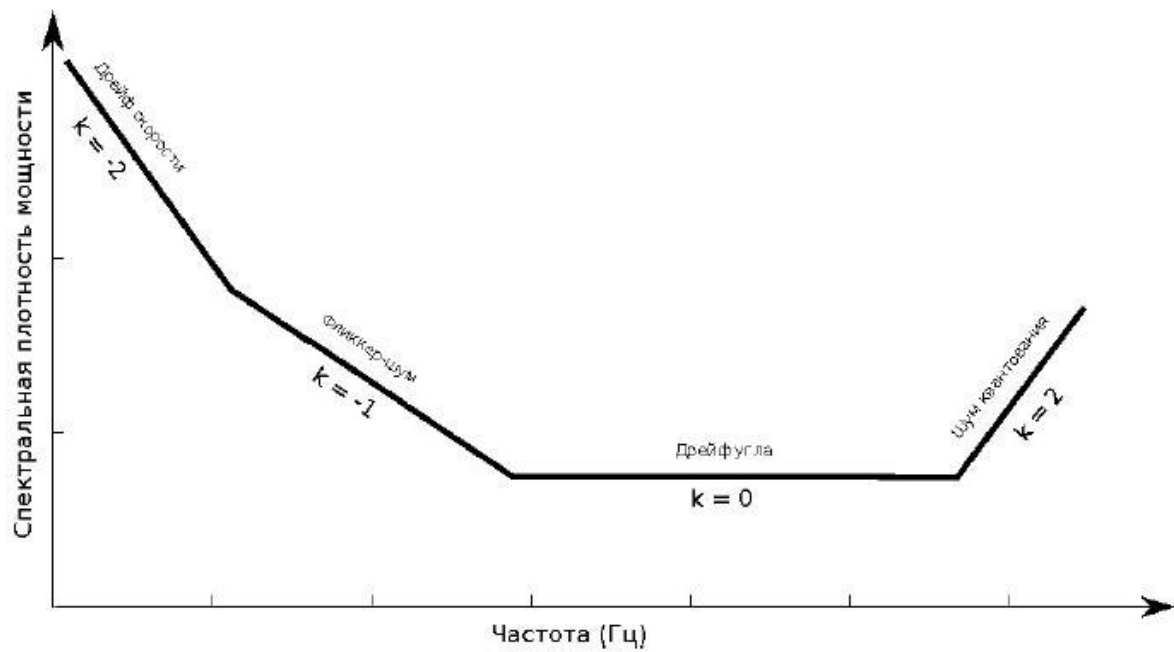


Рисунок 2.2 – Типичный график СПМ

Каждому участку графика СПМ соответствует свой вид ошибок.



В таблице 2.1 приведены соответствия шумов и слагаемых в функции (2.14).

Таблица 2.1 – Составляющие шума СПМ

Тип ошибки	СПМ
Шум квантования	$2\pi f^2 Q^2 T_s$
Дрейф угла	$N^2$
Нестабильность смещения нуля	$\frac{B^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{f}, f \leq f_0$
Дрейф угловой скорости	$\left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{f^2}$
Мультипликативная погрешность	$\frac{R^2}{2\pi f^3}$
Синусоидальный шум	$\frac{\Omega_0}{2} [\delta f - f_0 + \delta f + f_0]$

Здесь  $\Omega_0$  – амплитуда синусоидального шума,  $\delta(x)$  дельта-функция.

### 2.2.2 Дисперсия Аллана

Метод дисперсии Аллана – это метод анализа временных последовательностей для определения шумов в функции усредненного времени.

Если запись показаний датчика  $\omega(t)$ , включающую  $M$  отсчетов длительностью  $T_0$ , проинтегрировать по времени  $mT_0$ , то получится значение угла, накопленного за  $m$  отсчетов:

$$\theta_m = \int_0^{mT_0} \omega(t) dt \quad (2.16)$$

Дисперсия Аллана рассчитывается по следующей формуле [5]:

$$\sigma^2(nT_0) = \frac{1}{2(M-2n)(nT_0)^2} \sum_{m=1}^{M-2n} (\theta_{m+2n} - 2\theta_{m+n} + \theta_m)^2, \quad (2.17)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots, n_{\max} \leq \frac{(M-1)}{2}$

На графиках чаще всего приводится не дисперсия Аллана, а СКО Аллана (отклонение Аллана) как корень из дисперсии Аллана.

На рисунке 2.3 приведен типичный график отклонения Аллана.

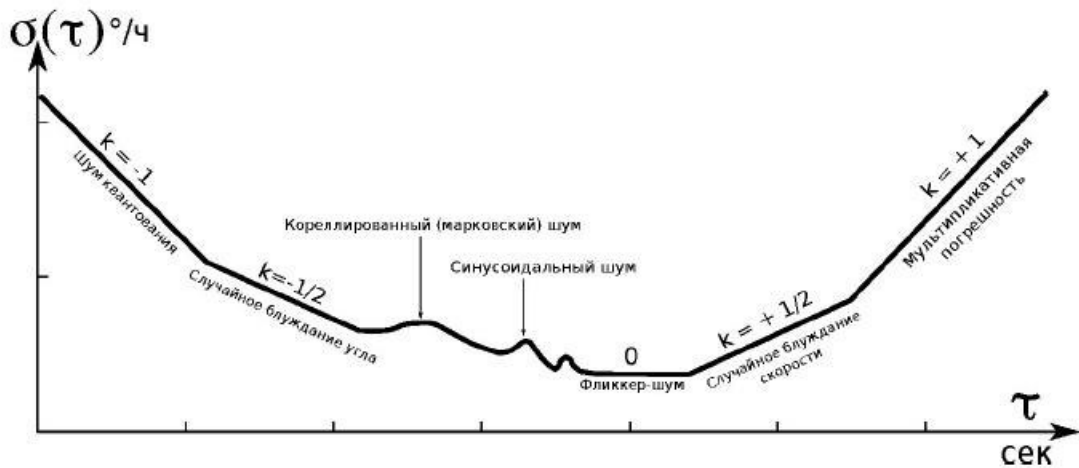


Рисунок 2.3 – Типичный график отклонения Аллана

Также как в случае с СПМ, каждому участку графика соответствует свой тип шума. В таблице 2.2 приведены данные соответствия шумовых компонент и слагаемых формулы (2.13).

Таблица 2.2 – Составляющие шума дисперсии Аллана

Тип ошибки	Дисперсия Аллана ( $\sigma^2 \tau$ )
Шум квантования	$3Q^2/\tau^2$
Дрейф угла	$N^2/\tau$
Нестабильность смещения нуля	$\frac{2B^2}{\pi} [\ln 2 - \frac{\sin^3 x}{2x^2} \sin x + 4x \cos x + C_i 2x - C_i 4x ]$ , $x = \pi f_0 \tau$
Дрейф угловой скорости	$\frac{K^3 \tau}{3}$
Мультипликативная погрешность	$\frac{R^2 \tau^2}{2}$
Синусоидальный шум	$\Omega_0^2 \left( \frac{\sin^2 \pi f_0 \tau}{\pi f_0 \tau} \right)$

Между СПМ и дисперсией Аллана есть взаимосвязь, которую представляют следующим выражением:

$$\sigma^2 \tau = 4 \int_0^{+\infty} S_{\Omega} f \frac{\sin^4 \pi f \tau}{\pi f \tau^2} df \quad (2.18)$$

### 2.3 Алгоритм расчета дисперсии Аллана

Метод дисперсии Аллана предполагает анализ временных окон. Поток данных разбивается на временные окна фиксированной длины, продолжительностью  $\tau$ . Длина временного окна должна быть кратна периоду выборки, поэтому следует

выбирать равными  $\tau_0, 2\tau_0, 3\tau_0, \dots, k\tau_0$ , где  $\tau_0$  – период выборки,  $k$  – целое число  $k < N/2$ ,  $N$  – количество сэмплов сигнала.

Исходя из требований к длине временного окна выбираем  $\tau = \tau_0, 2\tau_0, 3\tau_0, \dots, k\tau_0$ ,  $k < N/2$ . Для каждого  $\tau$ :

1. Определяем количество отсчетов данных  $M$  во временном окне:

$$M = \frac{\tau}{\tau_0} \quad (2.19)$$

2. Из выборки длиной в  $N$  отсчетов формируем  $K = N/M$  временных окон.
3. Для каждого временного окна находим среднее:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_{M \cdot k - 1 + i}, \quad (2.20)$$

где  $k = 1, 2, \dots, K$  – номер окна,  $x_i$  –  $i$ -ый отсчет данных.

4. Находим дисперсию Аллана для данного размера окна

$$\sigma_a^2 \tau_M \equiv \frac{1}{2} \left\langle \bar{x}_{k+1} M - \bar{x}_k M \right\rangle^2 \approx \frac{1}{2} \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^{K-1} \left( \bar{x}_{k+1} M - \bar{x}_k M \right)^2, \quad (2.21)$$

где  $\langle \rangle$  – усреднение по ансамблю,  $\tau_M = M\tau_0$  – длина временного окна (время корреляции).

5. Вычисляем корень из дисперсии Аллана, получая отклонение Аллана:

$$\sigma_a \tau = \sqrt{\sigma_a^2 \tau} \quad (2.22)$$

6. Приводим отклонение Аллана к размерности  $^\circ/\mu$ :

$$\sigma_a \tau \frac{^\circ}{\mu} = \sigma_a \tau \cdot 3600 \frac{^\circ}{\text{сек}} \quad (2.23)$$

Точность оценки отклонения Аллана возрастает с увеличением количества окон [5].

## 2.4 Получение дисперсии Аллана

В ходе выполнения работы, была получена дисперсия Аллана для гироскопа L3G4200D от производителя STMicroelectronics с помощью алгоритма, описанного в разделе «Алгоритм расчета дисперсии Аллана».

Но перед этим было необходимо наладить работу с датчиком и получить выборку данных с него. Для этого был собран макет, включающий в свой состав инерциальный блок и микроконтроллер.

### 2.4.1 Подключение макета и получение выборки

Реализованный макет включает себя инерциальный блок STMicroelectronics L3G4200D (в составе IMU-датчика от производителя Amperka) и платы Arduino UNO. На рисунке 2.4 изображен внешний вид IMU-сенсора.

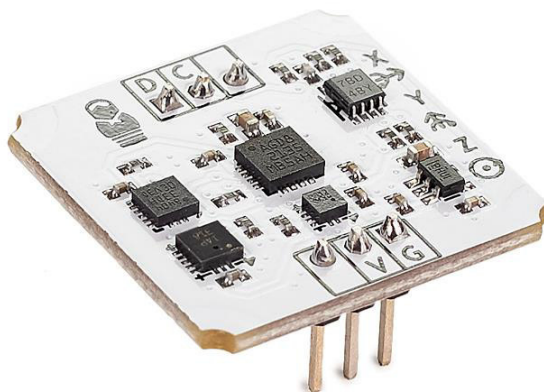


Рисунок 2.4 – Внешний вид сенсора

Сборка макета может быть разбита на два этапа:

- 1) Подключение инерциального блока к плате с микроконтроллером;
- 2) Установка необходимых для работы библиотек.

Схема подключения очень проста. Контакты питания подключаются следующим образом: земля (G) соединяется с пином GND Arduino, питание (V) – с пином 5V Arduino. Контакты шины  $I^2C$  соединяются так: сигнальный (D) к SDA Arduino, сигнальный (C) к SCL Arduino.

Схема подключения гироскопа изображена на рисунке 2.5.

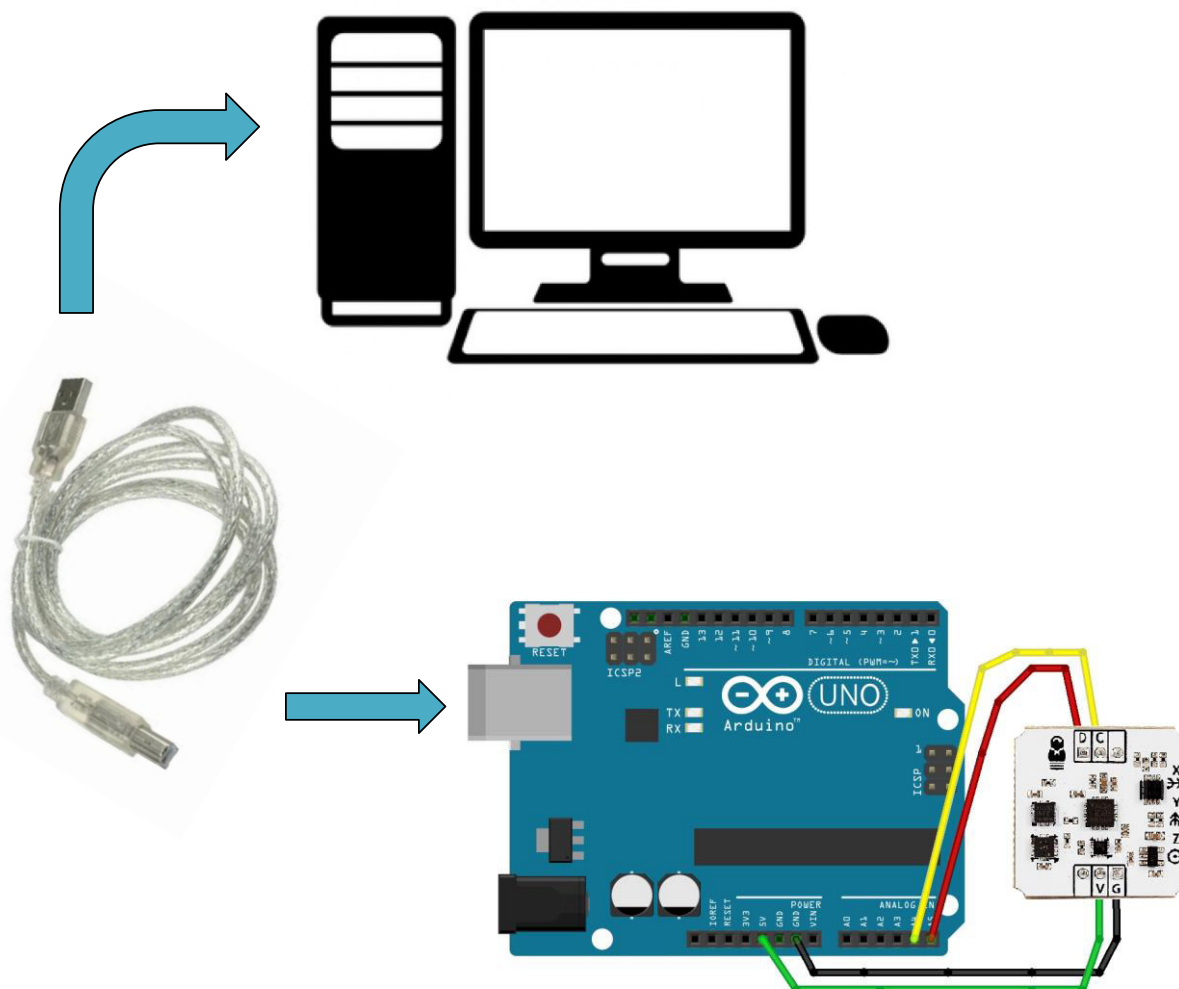


Рисунок 2.5 – Схема подключения

Необходимые для работы макета библиотеки можно скачать на сайте производителя IMU-модуля. Но в этих библиотеках нет функций настройки параметров гироскопа. Поэтому в ходе работы библиотеки были дополнены необходимыми функциями: функцией настройки темпа выдачи данных, функцией выбора типа выдаваемых данных и другими.

После написания необходимых функций был задан темп выдачи данных равный 200 Гц.

Для получения выборки данных и дальнейшей ее обработки, было осуществлено подключение макета к персональному компьютеру.

Снятие выборки происходило посредством записи показаний гироскопов в текстовый файл программой Realterm на протяжении примерно 5 часов 33 минут.

Такая длительность необходима для построения графика отклонения Аллана. Все это время макет, а вместе с ним и инерциальный блок, оставались неподвижными, поэтому полученную выборку можно интерпретировать как ошибки инерциального блока.

## 2.4.2 Отклонение Аллана для гироскопа L3G4200D

На языке Matlab был реализован алгоритм расчета дисперсии Аллана, описанный в разделе «Алгоритм расчета дисперсии Аллана». Результат работы этого алгоритма приведен на рисунке 2.6.

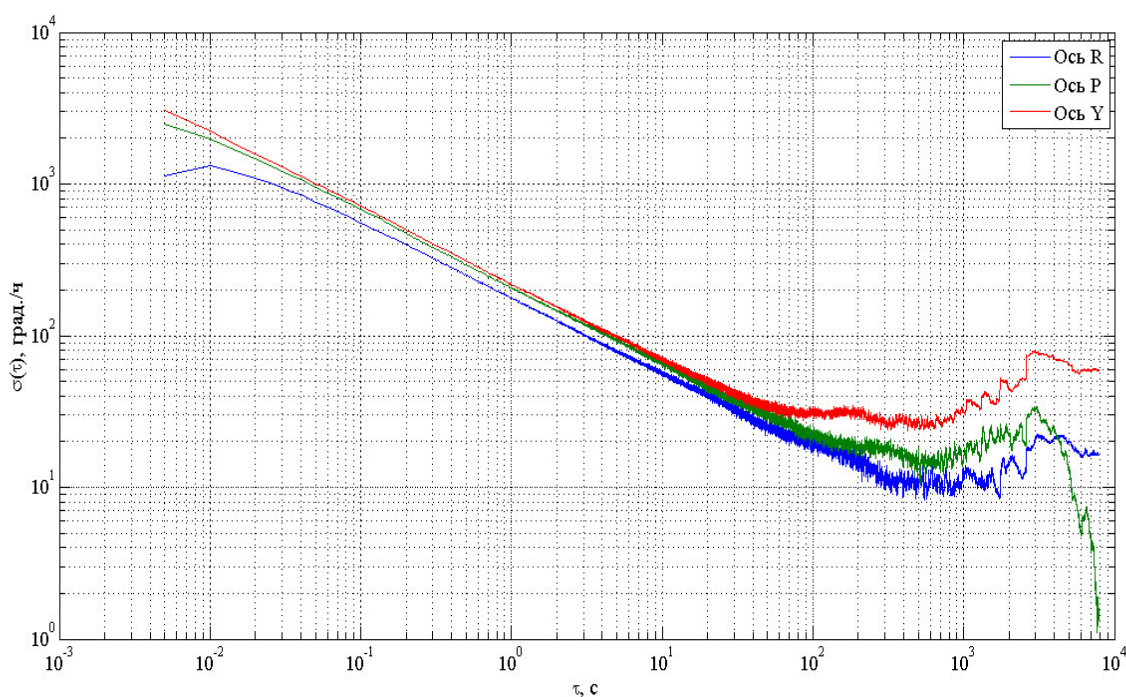


Рисунок 2.6 – Отклонение Аллана для гироскопа L3G4200D

Анализ графика отклонения Аллана кажется довольно простой задачей на первый взгляд. Действительно, что может быть проще, сравнивать график на рисунке 2.1с графиком на рисунке 2.6 и по наличию на «нужных» областях близких углов наклона оценить шумовые составляющие? Но задача только кажется тривиальной [6].

Из полученного графика можно лишь довольно грубо оценить некоторые шумовые составляющие. Например, можно найти дисперсию смещения нулей по методике, изложенной в разделе «Условия и результаты моделирования».



Для более точной оценки шумовых составляющих необходимо провести большую работу [6].

## **2.5 Результаты главы**

Был собран макет, включающий в свой состав инерциальный блок и микроконтроллер. Для взаимодействия с этим макетом были написаны функции, позволяющие настраивать тем выдачи данных, тип выдаваемых данных, скорость выдачи данных и другие функции настройки работы датчика и микроконтроллера.

С помощью созданного макета была получена выборка данных, являющихся ошибками инерциального датчика.

Для анализа полученных данных был реализован на языке Matlab алгоритм расчета дисперсии Аллана.

Благодаря реализации этого алгоритма был построен график отклонения Аллана в диапазоне длин выборок от единиц миллисекунд до нескольких часов.

### 3 ПОДДЕРЖКА УГЛОМЕРНЫХ УСТРОЙСТВ ИНЕРЦИАЛЬНЫМИ ДАТЧИКАМИ

#### 3.1 Имитационная модель ССРФ с комплексированием и без комплексирования с инерциальными датчиками

Идея комплексирования УНАП с инерциальными датчиками не нова [10][11]. В рамках работы будет реализована модель ССРФ с комплексированием с инерциальными датчиками, построенная на алгоритмах, приведенных в [10].

Выходы гироскопов опишем как (1.11). В качестве ошибок ИНС  $\boldsymbol{\varepsilon}_{out} = \mathbf{b}_{g,k} + \mathbf{n}_{g,k}$  будет использоваться выборка данных, полученных в разделе «Подключение макета и получение выборки».

Моделируется прием сигнала одного спутника на три антенны, с расстоянием между ними («базой») равным одному метру.

Модель ССРФ будет строиться со следующим допущениями:

- 1) Погрешности масштабных коэффициентов и перекосы осей считаем уже оценёнными и скомпенсированными;
- 2) Компенсирование ухода нулей производится путем вычета значения среднего арифметического по всей выборке из каждого отсчета выборки ошибок.

Упрощенная схема модели ССРФ изображена на рисунке 3.1.

На рисунке РЧБ – радиочастотный блок, ГОС – генератор опорного сигнала, ПФ – полосовой фильтр, У – усилитель, АЦП – аналого-цифровой преобразователь,  $\mathbf{y} = \mathbf{S} + \mathbf{n}$  – смесь сигнала на выходе РЧБ и шума,  $\boldsymbol{\omega}_{см.}$  – угловые скорости, без компенсации нулевого смещения,  $\boldsymbol{\omega}$  – угловые скорости с компенсацией нулевого смещения,  $\mathbf{U}_д$  – процесс на выходе дискриминатора,  $\hat{\Psi}$  – оценка разности фаз,  $\mathbf{S}_{on}(\hat{\Psi})$  – опорный сигнал.

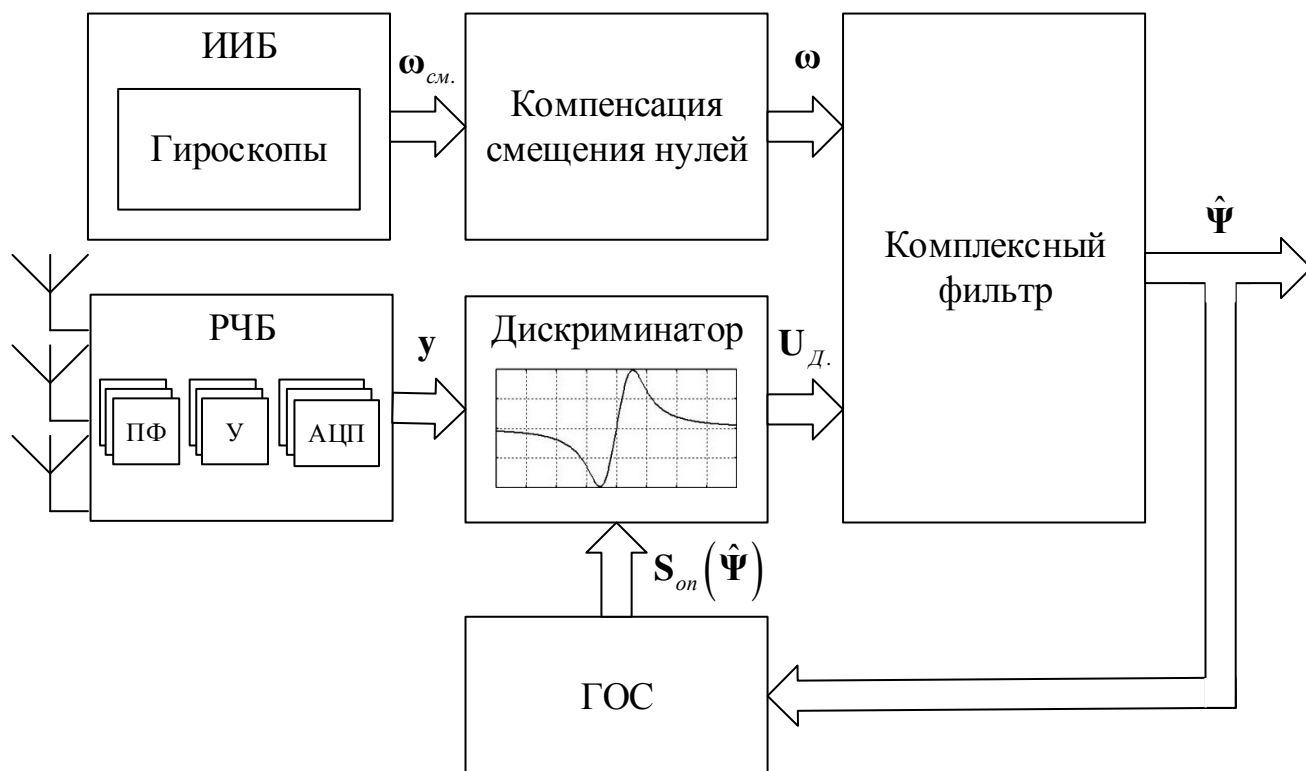


Рисунок 3.1 – Упрощенная схема модели ССРФ

Моделирование будет проводиться для разных скоростей вращения, лежащих в диапазоне от 30 град/с до 360 град/с.

### 3.2 Точность и помехоустойчивость следящей системы без поддержки инерциальными датчиками

На рисунках 3.2-3.6 изображены зависимости величины СКОш  $RMSE$  от ширины полосы пропускания ССРФ  $\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 30 \text{ град./с}$  без поддержки данными от инерциальных датчиков.

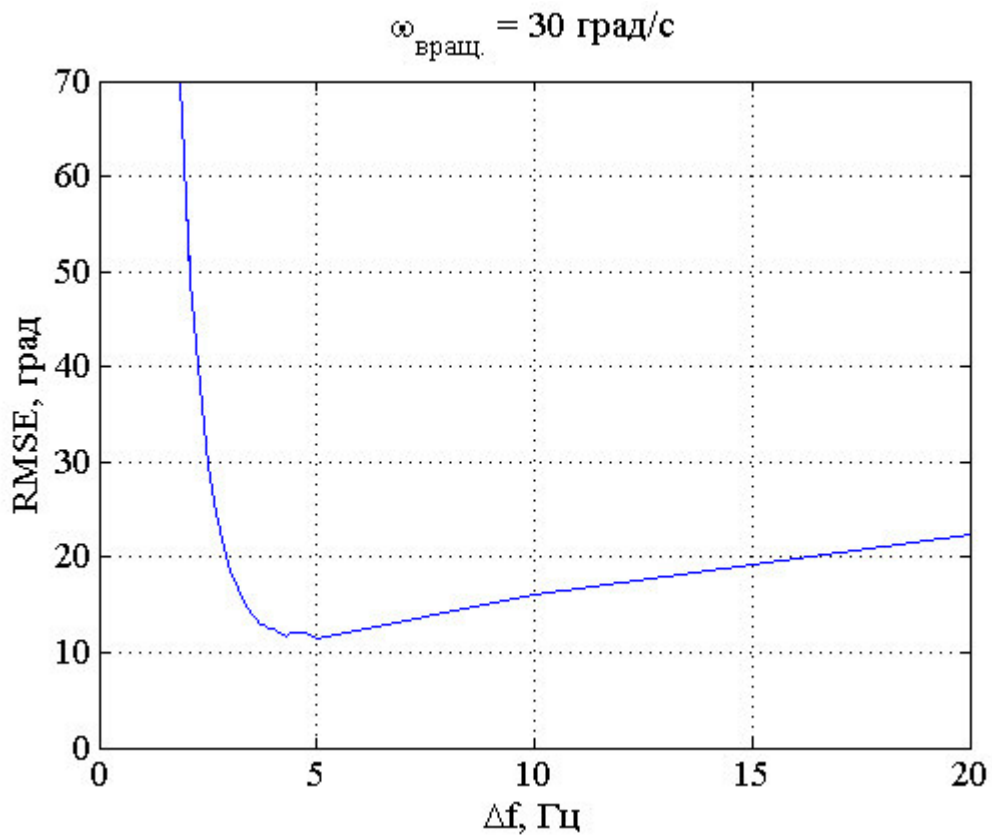


Рисунок 3.2 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 30 \text{ град./с}$  без поддержки данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 30 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 5 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 11,44 \text{ град.}$

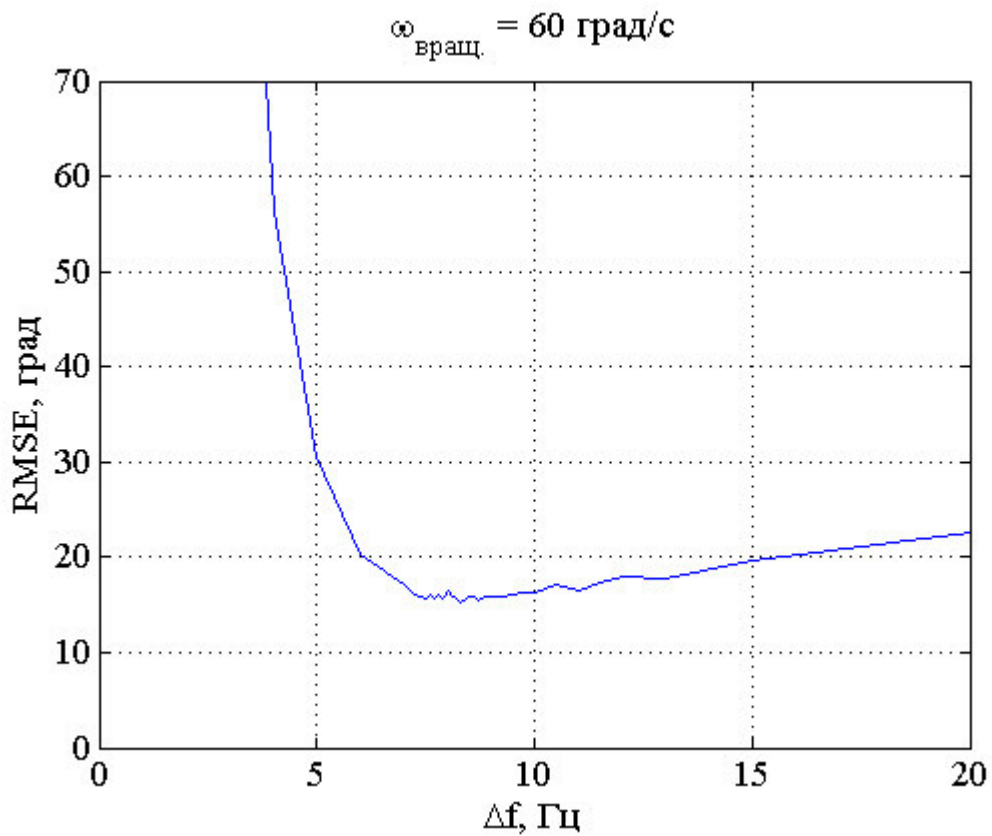


Рисунок 3.3 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 60 \text{ град./с}$  без поддержки данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 60 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 8,3 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 15,33 \text{ град.}$

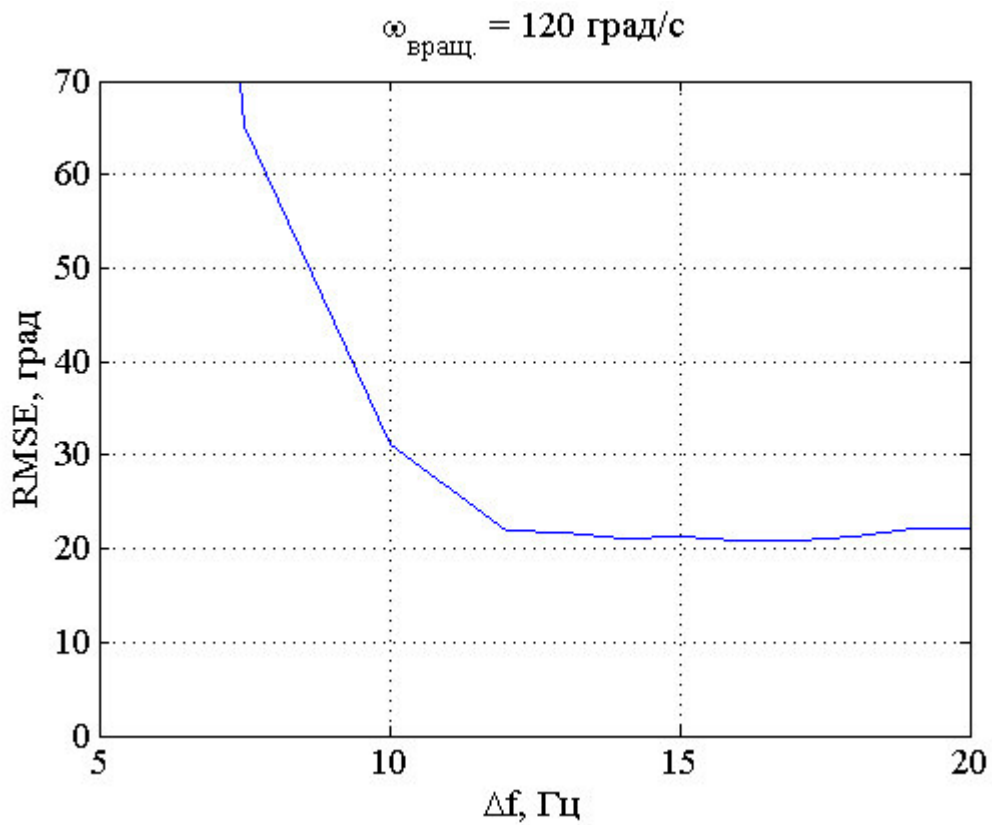


Рисунок 3.4 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$  , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 120 \frac{\text{град.}}{\text{с}}$  без поддержки данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 120 \frac{\text{град.}}{\text{с}}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 16 \text{ Гц}$  , а величина СКОш  $RMSE = 20,96 \text{ град.}$

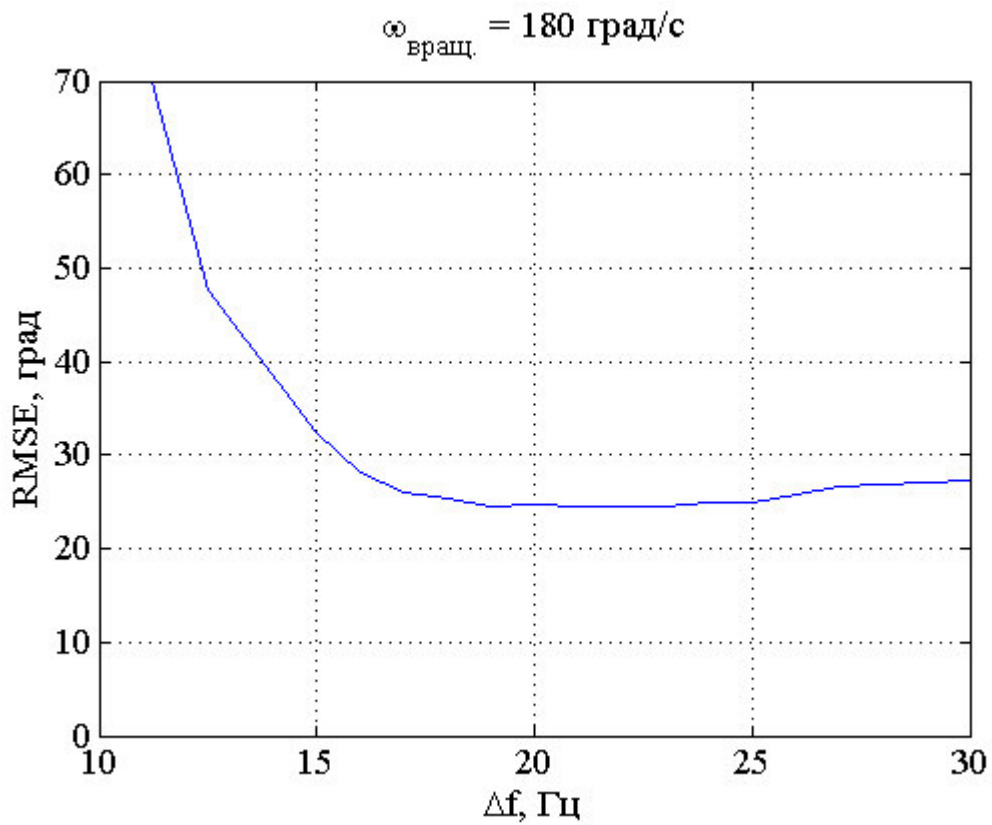


Рисунок 3.5 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 180 \frac{\text{град.}}{\text{с}}$  без поддержки данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 180 \frac{\text{град.}}{\text{с}}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 19 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 24,48 \text{ град.}$



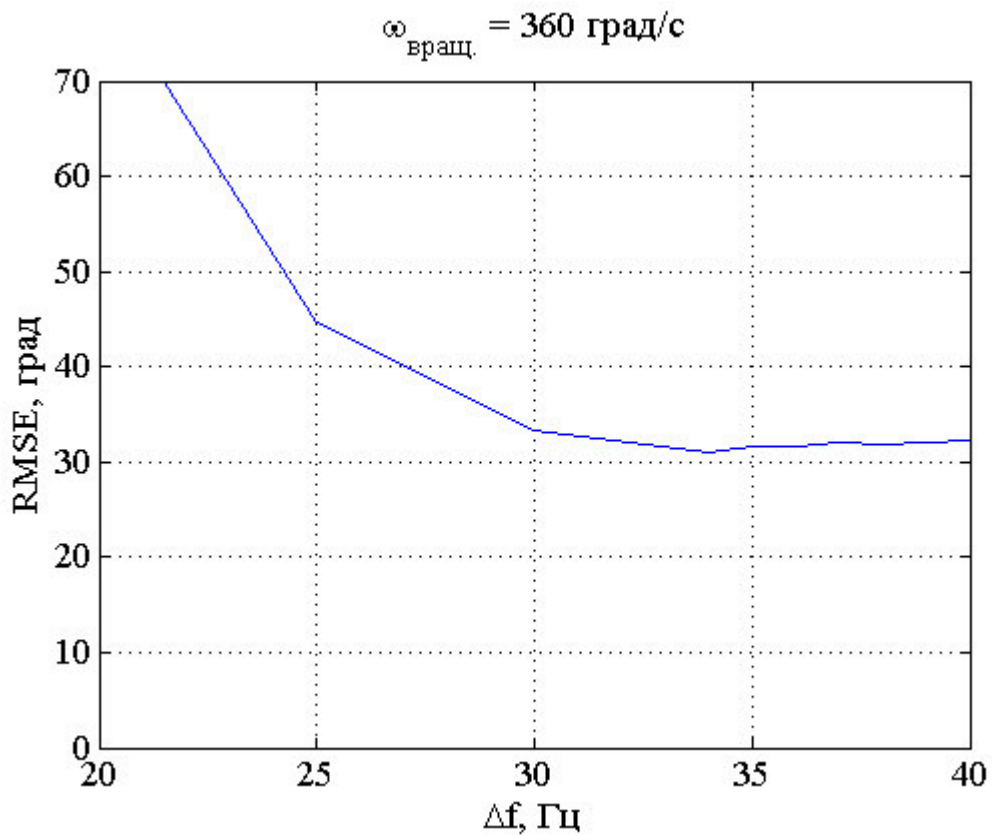


Рисунок 3.6 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$  , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 360 \text{ град./с}$  без поддержки данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 360 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 34 \text{ Гц}$  , а величина СКОш  $RMSE = 31,08 \text{ град.}$

Таблица 3.1 – Значения оптимальной ширины полосы  $\Delta f$  и СКОш ССРФ для разных скоростей углового вращения без поддержки данными от инерциальных датчиков

Угловая скорость вращения $\omega_{\text{вращ.}}, \text{град./с}$	30	60	120	180	360
Оптимальная ширина полосы $\Delta f, \text{Гц}$	5	8,3	16	19	34
Значение СКОш $RMSE, \text{град.}$	11,44	15,33	20,96	24,48	31,08

### 3.3 Точность и помехоустойчивость следящей системы с поддержкой инерциальными датчиками

На рисунках 3.7-3.11 изображены зависимости величины СКОш  $RMSE$  от ширины полосы пропускания ССРФ  $\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 30 \text{ град./с}$  с поддержкой данными от инерциальных датчиков.

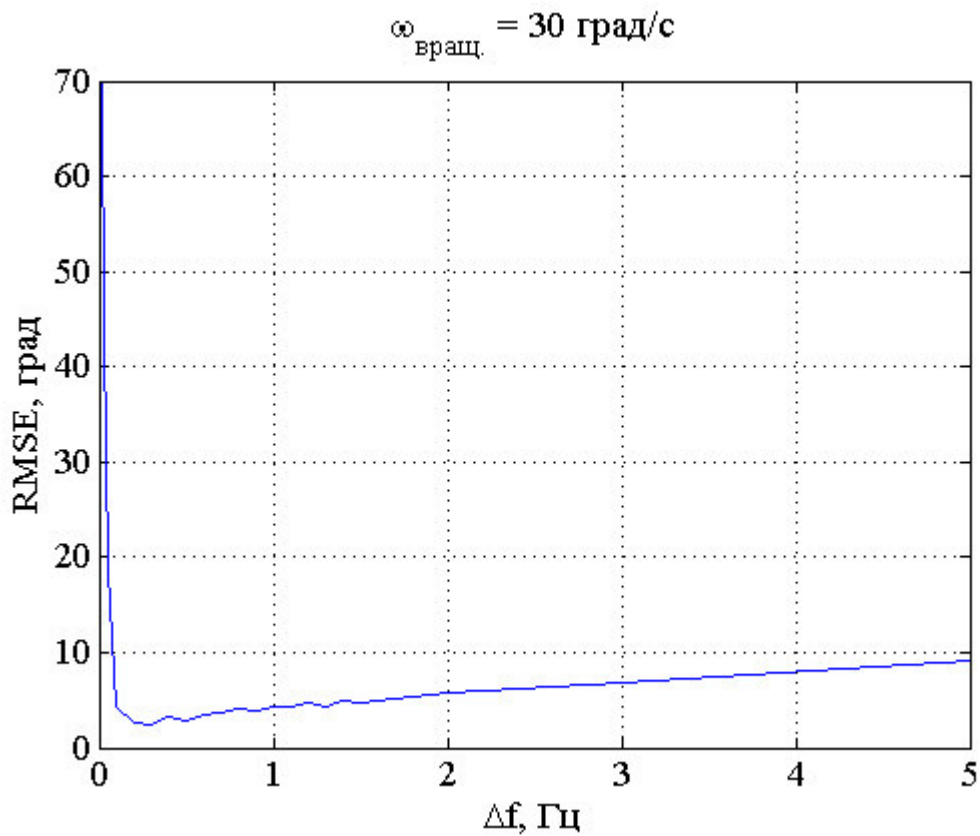


Рисунок 3.7 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 30 \text{ град./с}$  с поддержкой данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 30 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 0,3 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 2,42 \text{ град.}$

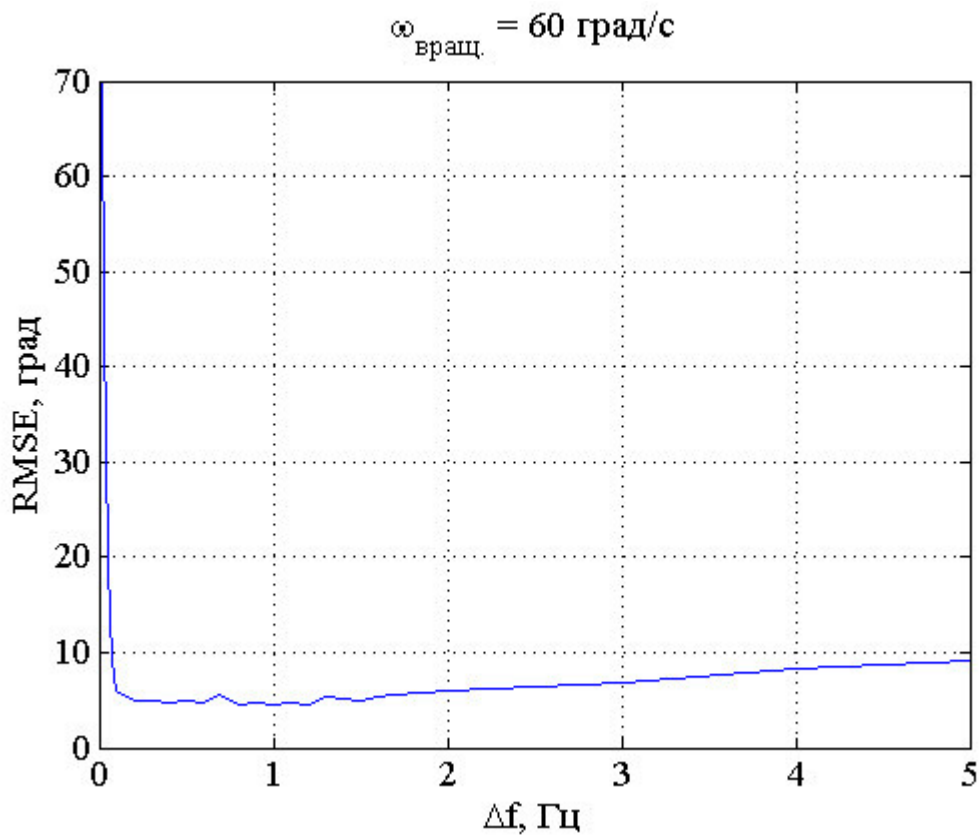


Рисунок 3.8 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 60 \text{ град./с}$  с поддержкой данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 60 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 1 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 4,44 \text{ град.}$

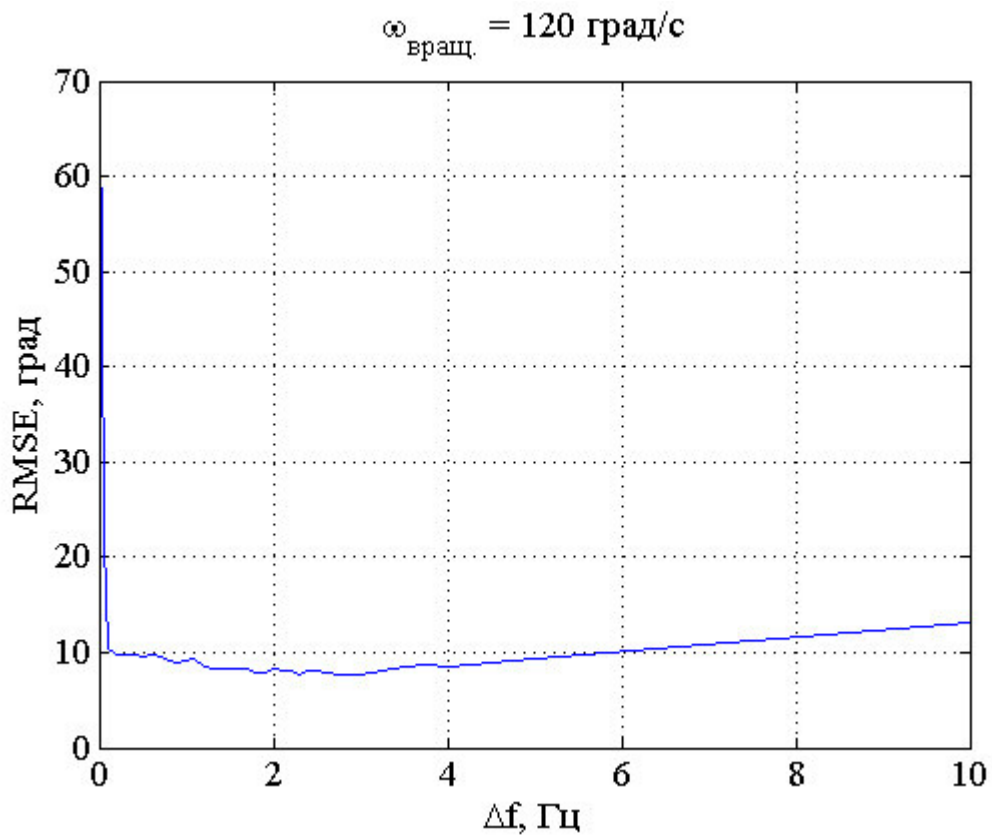


Рисунок 3.9 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ

$\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 120 \text{ град./с}$  с поддержкой данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 120 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 2,75 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 7,62 \text{ град.}$

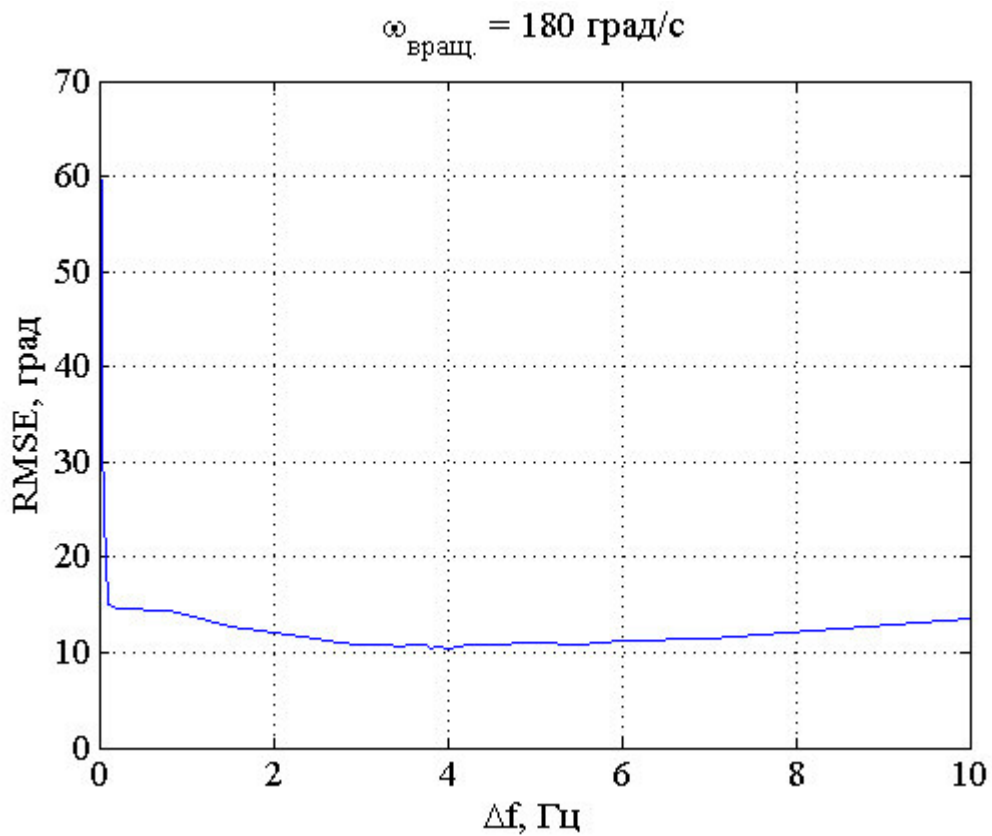


Рисунок 3.10 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ  $\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 180 \text{ град./с}$  с поддержкой данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 180 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 4 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 10,38 \text{ град.}$

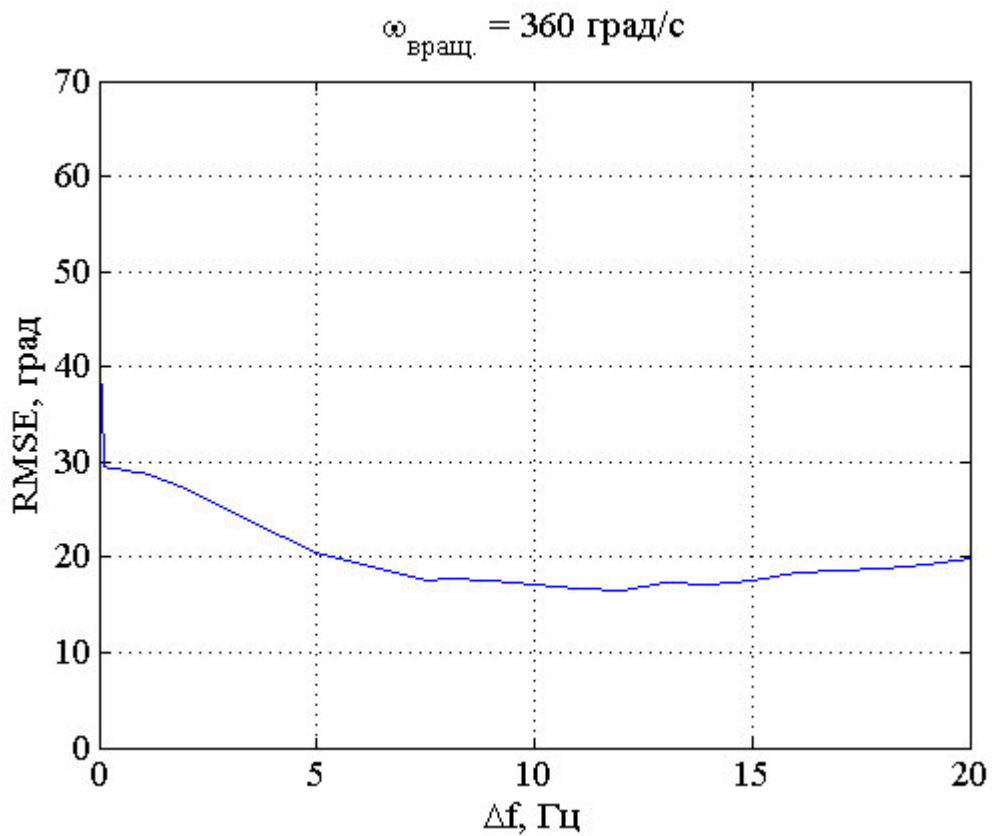


Рисунок 3.11 – Зависимость величины СКОш от ширины полосы пропускания ССРФ  $\Delta f$ , при скорости вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 360 \text{ град./с}$  с поддержкой данными от инерциальных датчиков

При скорости углового вращения  $\omega_{\text{вращ.}} = 360 \text{ град./с}$  ширина полосы пропускания ССРФ  $\Delta f = 12 \text{ Гц}$ , а величина СКОш  $RMSE = 16,51 \text{ град.}$



Таблица 3.2 – Значения оптимальной ширины полосы  $\Delta f$  и СКОш ССРФ для разных скоростей углового вращения с поддержка данными от инерциальных датчиков

Угловая скорость вращения $\omega_{\text{вращ.}}, \text{град./с}$	30	60	120	180	360
Оптимальная ширина полосы $\Delta f, \text{Гц}$	0,3	1	2,75	4	12
Значение СКОш $RMSE, \text{град.}$	2,42	4,44	7,62	10,38	16,51

### 3.4 Сравнение точности и помехоустойчивости следящей системы без поддержки инерциальными датчиками и с поддержкой от инерциальных датчиков

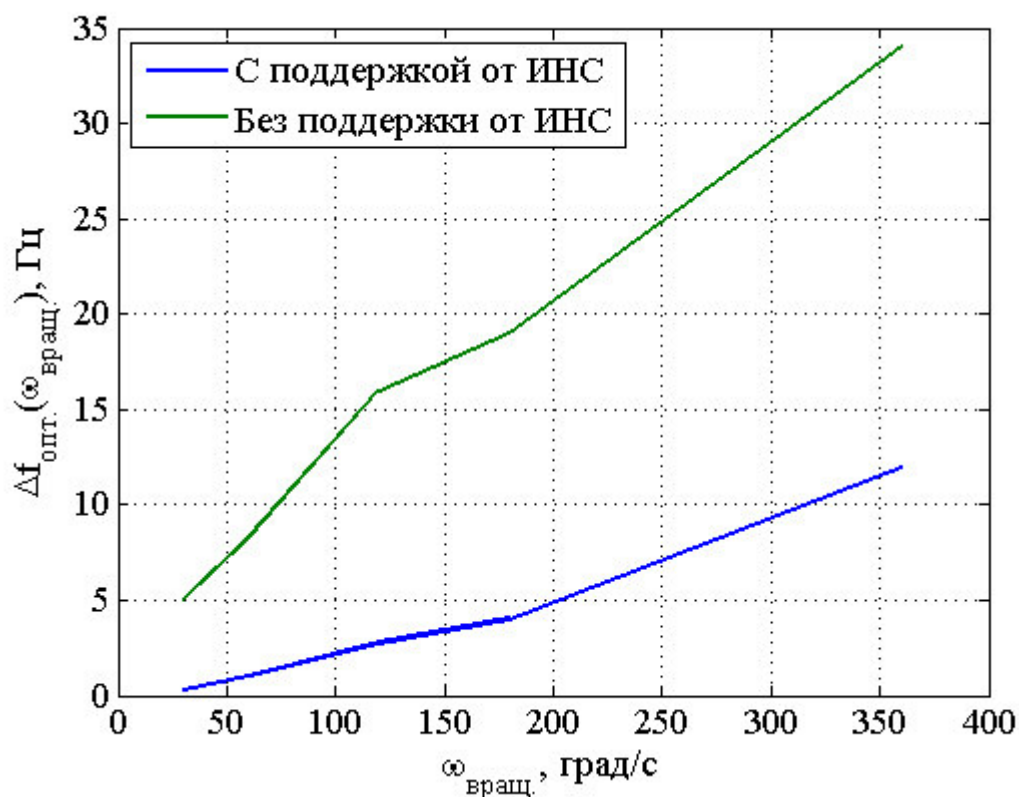


Рисунок 3.12 – Зависимость ширины полосы от скорости вращения

Как видно из рисунка 3.12 при увеличении угловой скорости вращения необходимо увеличивать полосу пропускания ССРФ, но в случае комплексирования с инерциальным датчиком, полосу нужно увеличивать существенно меньше.

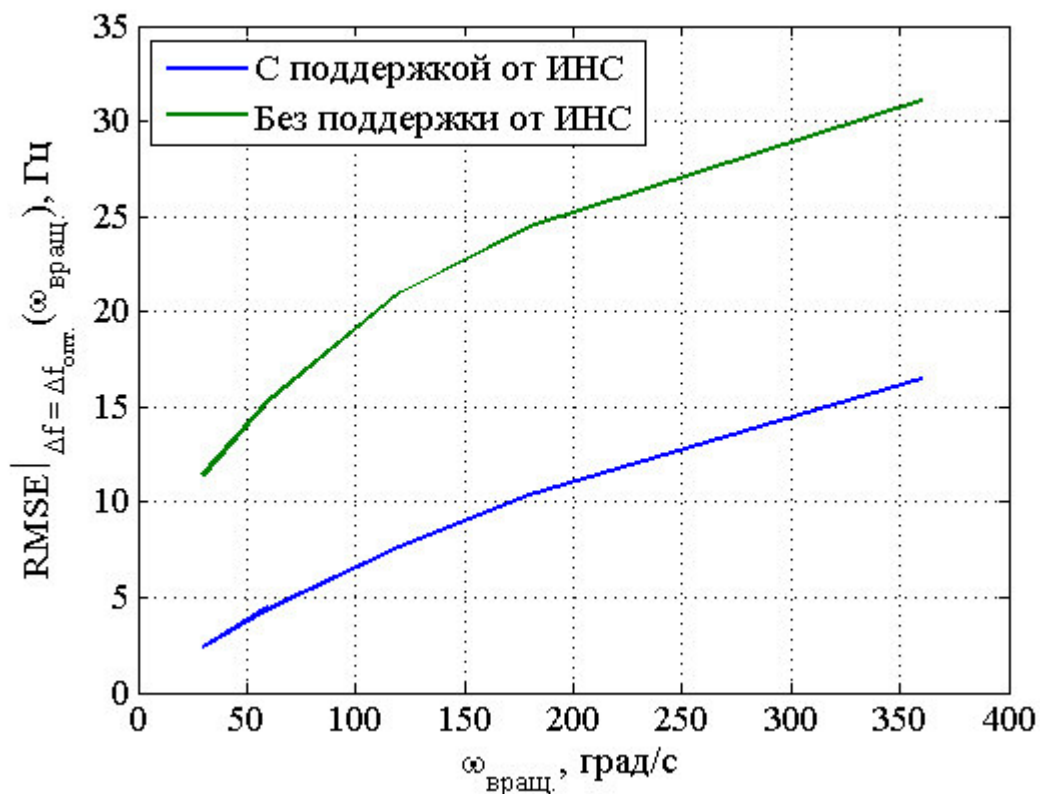


Рисунок 3.13 – Зависимость точности от динамики вращения

Ошибка ожидаемо растет при увеличении динамики вращения, но также ожидаемо и то, что без поддержки данными с ИНС ошибка больше.

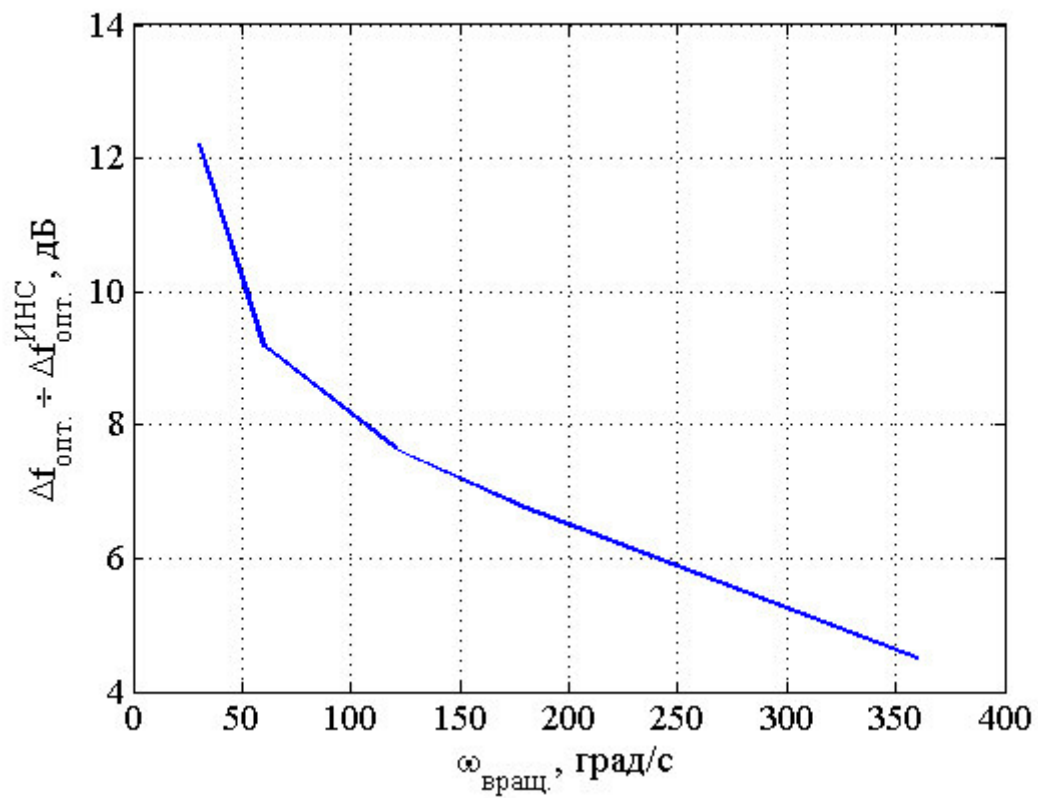


Рисунок 3.14 – Выигрыш в помехоустойчивости при поддержке данными от инерциальных датчиков

На относительно небольших угловых скоростях выигрыш в помехоустойчивости получается большим.

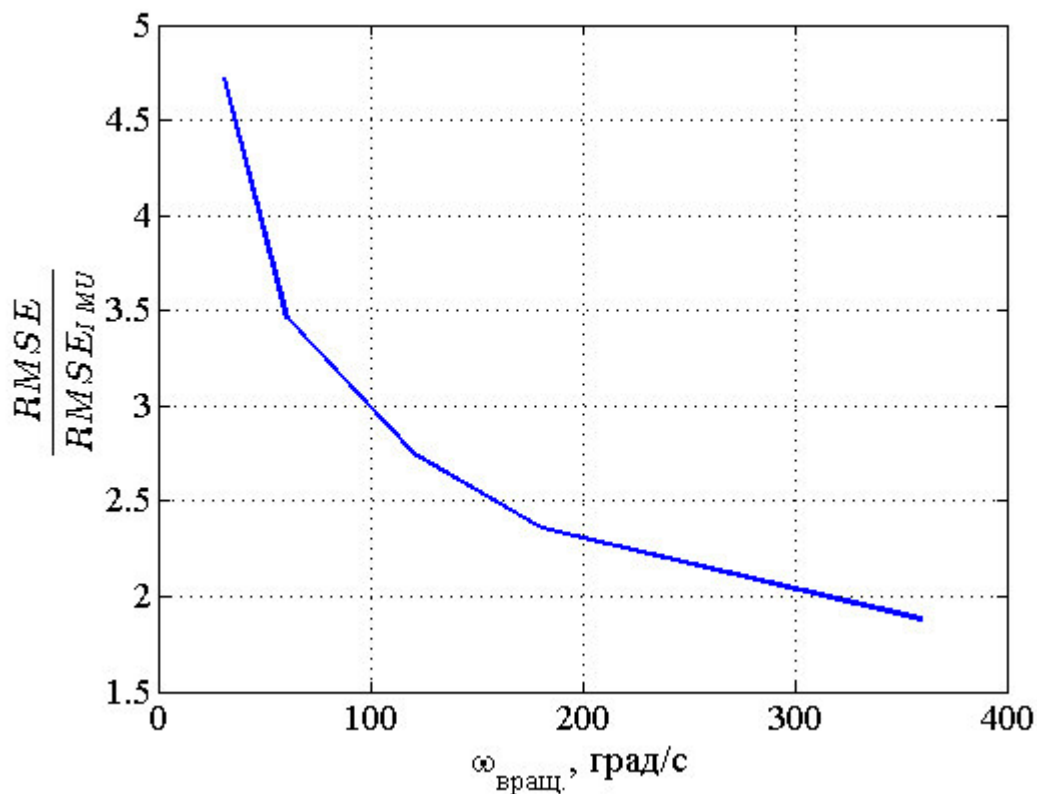


Рисунок 3.15 – Выигрыш по точности при поддержке данными от инерциальных датчиков

Как видно из рисунков 3.14 и 3.15 выигрыш по точности и помехоустойчивости ССРФ уменьшается на больших скоростях вращения.

### 3.5 Результаты главы

Для различных скоростей вращения объекта найдены оптимальные, по критерию точности слежения, полосы систем слежения за разностью фаз для двух случаев: с поддержкой от инерциальных блоков и без поддержки.

При изменении скорости вращения от 30 до 360 градусов в секунду оптимальная полоса следящей системы за разностью фаз без поддержки от инерциальных датчиков изменяется от 5 до 34 Гц, а точность слежения за разностью фаз от 10 до 30 градусов соответственно. Комплексование системы с инерциальными датчиками позволяет существенно сузить шумовую полосу, для тех же угловых скоростей вращения полоса составляет от 0.3 до 12 Гц, точность слежения

– от 2.5 до 16 градусов. В результате сужения полосы возрастает помехоустойчивость слежения за разностью фаз на 5-10 дБ.

Таким образом, при размещении на объекте, быстро изменяющем ориентацию в пространстве, комплексирование микромеханических инерциальных датчиков с угломерной навигационной аппаратурой позволяет существенно повысить её помехоустойчивость и точность.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование особенностей, способов и эффективности поддержки угломерной навигационной аппаратуры потребителей от микромеханических инерциальных датчиков – трехосных гироскопов и акселерометров.

Рассмотрены два сценария использования угломерной навигационной аппаратуры:

1. Решение задачи позиционирования и определения угловой ориентации носителя на основе данных инерциальных датчиков сразу после пропадания сигналов спутниковых радионавигационных систем. Например, при входе в здание, въезде в туннель, начале облучения помехами. При этом считается, что комплексированный навигационный приемник успел достаточное количество времени отработать в нормальных условиях приема сигналов.

2. Определение угловой ориентации в угломерной навигационной аппаратуре потребителей, комплексированной с микромеханическими инерциальными датчиками и расположенной на объекте, интенсивно изменяющем свою ориентацию в пространстве.

Для первого сценария проведено имитационное моделирование с целью сравнения пяти инерциальных датчиков (Analog Devices ADIS16405, InvenSense MPU9250, InvenSense MPU6050, Pololu MinIMU-9, Bosch BMX055) различных ценовых диапазонов по критерию точности решения задачи инерциальной навигации на их основе. При этом решен ряд образовательных подзадач и разработаны функциональные блоки моделей для последующих исследований: сформированы представления о характере ошибок датчиков, созданы их компьютерные модели; созданы модели движения объекта, включая вращательное движение, блок решения задачи инерциальной навигации. На тестовой траектории наименьшую ошибку в конечной точке обеспечил самый дорогой датчик из рассмотренных – Analog Devices ADIS16405. Ошибка составила 50 метров. Худший результат показал Pololu MinIMU-9 – около 220 метров. Из проведенного моделирования следует вывод, что класс микромеханических инерциальных блоков плохо подходит для автономной

навигации – даже для датчиков верхнего ценового диапазона ошибка позиционирования нарастает недопустимо быстро.

Для второго сценария – комплексированной угломерной навигационной аппаратуры динамично вращающегося объекта – создана имитационная модель угломерной навигационной аппаратуры потребителей в двух вариантах – с поддержкой от инерциальных датчиков и без поддержки. Модель позволяет оценить точность слежения за разностью фаз, провести оптимизацию шумовой полосы системы слежения за разностью фаз.

Указанная модель использует для моделирования ошибок инерциальных датчиков выборки процессов, полученные экспериментальным путем для микромеханического инерциального блока STMicroelectronics L3G4200D. Для получения выборок создан макет, включающий в свой состав инерциальный блок и микроконтроллер. Микроконтроллер осуществляет опрос инерциального блока и передачу данных на персональный компьютер. При этом инерциальный блок остается неподвижным, полученные процессы можно интерпретировать, с точностью до постоянных слагаемых, как ошибки инерциальных датчиков.

Проведен анализ полученных реализаций. Для процессов ошибок гироскопов построены зависимости вариации Аллана в диапазоне длин выборок от единиц миллисекунд до нескольких часов.

Было проведено моделирование работы УНАП, содержащей три антенны с базой в один метр, в случаях поддержки от инерциальных блоков и отсутствия поддержки.

Для обоих случаев с помощью имитационной модели для различных скоростей вращения объекта найдены оптимальные, по критерию точности слежения, полосы систем слежения за разностью фаз. При изменении скорости вращения от 30 до 360 градусов в секунду оптимальная полоса следящей системы за разностью фаз без поддержки от инерциальных датчиков изменяется от 5 до 34 Гц, а точность слежения за разностью фаз от 10 до 30 градусов соответственно. Комплексирование системы с инерциальными датчиками позволяет существенно сузить шумовую полосу, для тех же угловых скоростей вращения полоса составляет от 0.3 до 12 Гц, точность слежения

– от 2.5 до 16 градусов. В результате сужения полосы возрастает помехоустойчивость слежения за разностью фаз на 5-10 дБ.

Таким образом, при размещении на объекте, быстро изменяющем ориентацию в пространстве, комплексирование микромеханических инерциальных датчиков с угломерной навигационной аппаратурой позволяет существенно повысить её помехоустойчивость и точность.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М: Радиотехника. 2010.
2. Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P. Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration. New York: A John Wiley & Sons. Inc. Publication. 2001.
3. Шатилов, А. Ю., Нагин, И. А. Тесно связанный алгоритм комплексирования НАП СРНС и многоцелевой ИНС // Радиотехника. — М.: Радиотехника, 2012. — № 6. — С. 118-125.
4. Shatilov, A. Y., Nagin, I. A. A Tightly-Coupled GNSS/IMU Integration Algorithm for Multi-Purpose INS // Proc. ION GNSS. — 2012. — P. 867-873.
5. М.А. Литвин, А.А. Малюгина, А.Б. Миллер, А.Н. Степанов, Д.Е. Чикрин. Типы ошибок в инерциальных навигационных системах и методы их аппроксимации // Информационные процессы, Том 14, № 4, 3014, С. 326-339
6. Н.И. Кробка. О топологии графиков вариации Аллана и типовых заблуждениях в интерпретации структуры шумов гироскопов //
7. *Oliver J. Woodman. An introduction to inertial navigation // Technical reports published by the University of Cambridge. №696.2007.*
8. *В.В. Матвеев, М.Г. Погорелов. Анализ погрешностей микромеханических гироскопов методом вариации Аллана // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 3. 2015.*
9. Букингем М. Шумы в электронных приборах и системах. М. : Мир, 1986. 399 с.
10. Перов, А. И. Алгоритм комплексирования следящей системы за разностью фаз навигационных сигналов с инерциальной навигационной системой // Радиотехника. — М.: Радиотехника, 2014. — № 9. — С. 113-118.
11. Шатилов, А. Ю., Нагин, И. А. Тесно связанный алгоритм комплексирования НАП СРНС и многоцелевой ИНС // Радиотехника. — М.: Радиотехника, 2012. — № 6. — С. 118-125.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А. ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ

### Скрипт формирования траектории **once.m**

```
clear all; clc; close all;

tic
%% Время
Tmod = 60; % время моделирования в секундах
dt = 0.005; % период дискретизации, т.к. частота дискретизации в
модели - 200 Гц
t = 0:dt:Tmod; % время моделирования

%% Траектория в ЛСК, угловые скорости в ССК
Tobor = Tmod/2; % время одного оборота по винтовой траектории
wobor = 1/Tobor*2*pi; % частота оборотов по винтовой траектории
Radius = 500; % м
east = Radius*sin(wobor * t);
north = Radius*cos(wobor * t);

pitchrate = 0; % [ degr/sec ]
pitch = pitchrate*t - 10; % [ degr ]

Vd = 2*pi*Radius / Tobor * tand(pitch);
down = cumsum(Vd * dt);

yawrate = 0; % [ degr/sec ]
yaw = yawrate*t; % [ degr ]

rollrate = 10*dt; % [ degr/sec ]
roll = rollrate*t ; % [ degr ]

lt = length(t); % количество элементов в массиве t

% приводим углы в нужный диапазон
for i = 1:lt
    pitch(i) = mod(pitch(i), 360);
    if pitch(i) > 180
        pitch(i) = pitch(i) - 180;
    end
    if (pitch(i) > 90)
        pitch(i) = pitch(i) - 180;
        yaw = yaw + 180;
    end
end

%          fprintf('Task 1: %.0f // %.0f\n', i, lt);

end

roll = mod(roll + 180, 360) - 180;
yaw = mod(yaw + 180, 360) - 180;
```

```

%% Ускорения в каждый момент времени (показания акселерометров) в ЛСК
An = -wobor^2*Radius*cos(wobor * t);
Ae = -Radius*wobor^2*sin(wobor * t);
Ad = Vd*0;

Arpy = [An; Ae; Ad];

%% Задание начальных значений векторов скорости в ССК
VNgyr = nan(1, lt); VNgyr(1) = - wobor * Radius*sin(wobor * t(1));
VEgyr = nan(1, lt); VEgyr(1) = wobor*Radius*cos(wobor * t(1));
VDgyr = nan(1, lt); VDgyr(1) = Vd(1);

%% Задание начальных значений траектории в ССК
Ngyr = nan(1, lt); Ngyr(1) = north(1);
Egyr = nan(1, lt); Egyr(1) = east(1);
Dgyr = nan(1, lt); Dgyr(1) = down(1);

%% Задание углов и угловых скоростей в ССК

WRgyr = zeros(1, lt); WRgyr(1) = rollrate;
WPgyr = zeros(1, lt); WPgyr(1) = pitchrate;
WYgyr = zeros(1, lt); WYgyr(1) = yawrate;

Rgyr = nan(1, lt); Rgyr(1) = roll(1);
Pgyr = nan(1, lt); Pgyr(1) = pitch(1);
Ygyr = nan(1, lt); Ygyr(1) = yaw(1);

Wrpy = [WRgyr(1); WPgyr(1); WYgyr(1)];

% In RPY
R0 = [1; 0; 0];
P0 = [0; 1; 0];
Y0 = [0; 0; 1];

save once.mat Tmod dt t lt Tobor wobor Radius east north pitchrate
pitch Vd...
    down yawrate yaw rollrate roll An Ae Ad Wrpy Rgyr Pgyr Ygyr R0 P0
Y0

save repeatedly.mat VNgyr VEgyr VDgyr Ngyr Egyr Dgyr

```

### Скрипт для оценки дисперсии смещения нуля **sigmabias.m**

```

clear all; close all; clc

tic

dt = 0.005;

```

```

t = 0:dt:100;

lt = length(t);

% sigma = 0.00043; % bg adis
% sigma = 0.00175;
% sigma = 0.002; %bg mpu6050

bastat = nan(3,100);

N = 300;

for count = 1:N

    ba = [0;
          0;
          0];

    for i = 1:lt

        ba = ba + sigma*randn(3, 1);

    end

    bastat(:,count) = ba;

end

SKOb(1) = std(bastat(1,:));
SKOb(2) = std(bastat(2,:));
SKOb(3) = std(bastat(3,:));

SKOb

figure
plot(1:N, bastat)

toc

```

### Скрипт восстановления траектории для ИИБ ADIS16405 **adis16405.m**

```

clear all; close all; clc

tic

load once.mat

I = eye(3);

mgii = deg2rad(0.5)/10;
mgij = deg2rad(0.05)/10;

```

```

mg = [mgii, mgij, mgij;
      mgij, mgii, mgij;
      mgij, mgij, mgii];

% mg = [mgii, 0, 0;
%       mgij, mgii, mgij;
%       mgij, mgij, mgii];

bgi = 3/10;

SDg = 0.05*sqrt(40);

maii = deg2rad(0.5)*0.1;
maij = deg2rad(0.2)*0.1;

ma = [maii, maij, maij;
      maij, maii, maij;
      maij, maij, maii];

% ma = [maii, 0, 0;
%       maij, maii, maij;
%       maij, maij, maii];

bai = 50*9.8/1000/10;

SDa = 0.5*9.8/1000*sqrt(40);

sigmabg = 0.00043;
sigmaba = 0.00175*9.8/1000;

for count = 1:1000

    load repeatedly.mat

    ba = [bai;
          bai;
          bai];

    bg = [bgi;
          bgi;
          bgi];

    na = SDa*randn(3, lt);
    ng = SDg*randn(3, lt);

    nba = sigmaba*randn(3, lt);
    nbg = sigmabg*randn(3, lt);

    for i = 1:lt

        q = angle2q(-Rgyr(i), -Pgyr(i), -Ygyr(i));

```

```

    arpy = qrotvect(q, [An(i); Ae(i); Ad(i)]);

    arpymod = (I + ma)*arpy' + ba + na(:,i); % считаем, что ma,
mg, ba и bg являются постоянными

    ba = ba + nba(:,i);

    wrpy = (I + mg)*Wrpy + bg + ng(:,i);

    bg = bg + nbg(:,i);

    q = quatconj(q);
    agyrned = qrotvect(q, arpymod);

    if i < length(t)
        VNgyr(i+1) = VNgyr(i) + agyrned(1) * dt;
        VEgyr(i+1) = VEgyr(i) + agyrned(2) * dt;
        VDgyr(i+1) = VDgyr(i) + agyrned(3) * dt;

        Ngyr(i+1) = Ngyr(i) + VNgyr(i)*dt;
        Egyr(i+1) = Egyr(i) + VEgyr(i)*dt;
        Dgyr(i+1) = Dgyr(i) + VDgyr(i)*dt;

        % т.к. модель не учитывает изменение угловых скоростей

        Rgyr(i+1) = Rgyr(i) + wrpy(1) * dt; % переделать!!!
        Pgyr(i+1) = Pgyr(i) + wrpy(2) * dt;
        Ygyr(i+1) = Ygyr(i) + wrpy(3) * dt;

        %
        Pgyr(i+1) = mod(Pgyr(i+1), 360);
        if Pgyr(i+1) > 180
            Pgyr(i+1) = Pgyr(i+1) - 180;
        end
        if (Pgyr(i+1) > 90)
            Pgyr(i+1) = Pgyr(i+1) - 180;
            Ygyr(i+1) = Ygyr(i+1) + 180;
        end

        Rgyr(i+1) = mod(Rgyr(i+1) + 180, 360) - 180;
        Ygyr(i+1) = mod(Ygyr(i+1) + 180, 360) - 180;

    end

end

% figure
% plot3(east, north, -down, 'k')
% hold on
% plot3(Egyr, Ngyr, -Dgyr, 'b', 'LineWidth', 3)
% xlabel('E');
% ylabel('N');

```

```

%     xlabel('-D');
%     hold off
%     axis equal

result(count).trajectory = [Egyr; Ngyr; Dgyr];
result(count).angles = [Rgyr; Pgyr; Ygyr];

end

save result.mat result
toc

```

### Скрипт для обработки результатов **processing.m**

```

clear all; close all; clc

tic

% load resultmpu6050.mat
load resultmpu9250.mat
% load resultbmx055.mat

load real.mat

lt = 12001;

N = 1000;

RMSE = 0;

delta = nan(3, N);
resid2 = nan(1, N);

for i = 1:N

    delta(:,i) = result(i).trajectory(:,lt) - realtr;
    resid2(i) = delta(i)'*delta(i);

end

RMSE = sqrt(mean(resid2))

% save ansadis16405.mat RMSE
% save ansmpu6050.mat RMSE
% save ansmpu9250.mat RMSE
% save ansbmx055.mat RMSE
% save ansimu9.mat RMSE

toc

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ДИСПЕРСИИ И ОТКЛОНЕНИЯ АЛЛАНА

Скрипт для расчета дисперсии Аллана **allan.m**

```
clear all; close all; clc
tic
set(0, 'DefaultAxesFontSize', 14, 'DefaultAxesFontName', 'Times New
Roman');
set(0, 'DefaultTextFontSize', 14, 'DefaultTextFontName', 'Times New
Roman');

% fid = fopen('test.txt');
% fid = fopen('30sec.txt');
% fid = fopen('1000sec.txt');

% % fid = fopen('20000sec.txt');

% fid = fopen('4e6.txt');

file = textscan(fid, '%f %f %f');
fclose(fid);

r = file{1};
p = file{2};
y = file{3};

rpy = [r p y];
rpy = rpy';

num_of_points = length(r); % КОЛИЧЕСТВО СЭМПЛОВ

num_of_tau = fix(num_of_points/2)-1; % ОГРАНИЧЕНИЕ НА ДЛИНУ ВРЕМЕННОГО
ОКНА В
                                % ПОЛОВИНУ ДЛИНЫ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
sigma_al_2 = nan(3, num_of_tau);
sigma_al = nan(3, num_of_tau);
sigma_al_hr = nan(3, num_of_tau);
toc
tic

flag = 0;

for kk = 1:num_of_tau % установка длины тау в тау0

    K = fix(num_of_points/kk); % количество временных окон

    average_for_segment = nan(3, K);

    for jj = 1:K % по временным окнам
```



```

        summa = zeros(3,1);
        summa = sum( rpy(:, (jj-1)*kk+1:jj*kk),2 );
        average_for_segment(:, jj) = summa/kk; % среднее по отрезку

    end

    sigma_al_2(:,kk) = zeros(3,1);

    sigma_al_2(:,kk) = sum( diff ( average_for_segment , 1, 2 ).^2, 2);

    sigma_al_2(kk) = 1/(2*(K-1)) * sigma_al_2(kk);

    if (~mod(fix(100*kk/num_of_tau), 1)&(fix(100*kk/num_of_tau) ~=
flag))
        fprintf('Progress %.0f%%\n', 100*kk/num_of_tau);
        flag = fix(100*kk/num_of_tau);

        save sigma_al_2
    end

end

sigma_al = sqrt(sigma_al_2);
sigma_al_hr = sigma_al*3600;

% save 4e6.mat sigma_al sigma_al_2 sigma_al_hr rpy num_of_tau
num_of_points
% save 1e3.mat sigma_al sigma_al_2 sigma_al_hr rpy num_of_tau
num_of_points

toc

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ В. ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ УНАП

### Скрипт моделирования работы ССРФ **main.m**

```
try
    close(MW.handle); % Close old output form
end

tic

close all
clear
clc

addpath([pwd '/basic-interface']); % Functions of a basic interface
addpath([pwd '/interface']); % Functions for the specific interface
addpath([pwd '/core']); % Model core
addpath([pwd '/lib']); % Common functions

MW = CMainWindow('YNAPOINS'); % класс с плотами
if MW.handle == 0
    clear MW;
    return;
end

interface; % конфигурация окна с плотами

arrB = [ 0.3 0.4];%...
    % 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2 2.1 2.2 2.5];

% arrB = [0.01 0.05 0.1 0.3 0.5 0.7 0.9 1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5...
%         1.6 1.7 1.8 1.9 2 2.1 2 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.7 2.9...
%         3.1 3.5 4 5 10 15 20];

% arrB = [ 2.7 2.75 2.8 2.85 2.9 2.95 3.0 3.05 3.1 3.15 3.2 3.25 3.3
3.35 ];
% arrB = [ 2.7 2.8 2.9 3.0 3.1 3.2 3.3];

% arrB = [ 0.01 0.05 0.1 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.25 1.5 2 3 4 5 10 15 20
25 30 34 35 36 37 38 40];

% arrB = [0.01 0.05 0.1 0.5 1 ];

% mean_dPsi1 = nan(1,length(arrB));
% mean_dPsi2 = nan(1,length(arrB));
RMSE_psi1 = nan(1,length(arrB));
RMSE_psi2 = nan(1,length(arrB));

load data.mat
```

```

arrdPsi1 = nan(length(arrB),10000);
arrdPsi2 = nan(length(arrB),10000);
% arrdPsi1 = nan(length(arrB),2000);
% arrdPsi2 = nan(length(arrB),2000);

for band_i = 1:length(arrB)
arrB(band_i)

C = config(); % структура с настройками
    C.DPLL.B = arrB(band_i);

% ===== Initialization =====

% est - estimate - оценка, extr - extrapolation - экстраполяция
Nmod = fix(C.Tmod/C.T); % количество точек
t = (1:Nmod) * C.T;
rpy_RPY = {[1; 0; 0], [0; 1; 0], [0; 0; 1]};
Psi = nan(Nmod, C.M-1, C.N); % разница фаз
PsiEst = nan(Nmod, C.M-1, C.N); % оценка разницы фаз
dPsi = nan(Nmod, C.M-1, C.N); % производная разницы фаз
dPsiIMU = nan(Nmod, C.M-1, C.N); % показания датчиков (угловая
скорость, т.е. производная от разницы фаз)

ra_RPY = antSys(C.M, C.Ra, C.yaw0); % возвращает координаты в гру
АНТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
rp_NED = cell(C.M-1, 1);

dPsi1 = nan(1, Nmod);
dPsi2 = nan(1, Nmod);

[k, ElAz] = satDir(C.N);

DPLL = constrDPLL(C);

qcno_dB = 40;
qcno = 10^(qcno_dB/10); q = qcno*DPLL.Tf;

Xa{1} = [0; 30; 0]*1; % вектор состояния углов Эйлера
Xa{2} = [0; 30; 0]*1;
Xa{3} = [0; 30; 0]*1;
Fa = [1 0 0
      0 1 C.T; % для прибавления в случае наличия углового ускорения
      0 0 1 ];

alpha = [Xa{1}(1); Xa{2}(1); Xa{3}(1)];
Q = rpy2q(deg2rad(alpha));

% === IMU ===
Mg = zeros(3);
bg = zeros(3, Nmod);

```

```

bg(:, 1) = deg2rad(3*randn(3, 1));
sqrtNg = 0.03; % deg/sec / sqrt(Hz) = sqrt( (deg/sec)^2 / Hz )
dfg = 1 / C.T;
std_ng = deg2rad(sqrtNg * sqrt(dfg));
ng = std_ng * randn(3, Nmod);

t_start = tic();
decplot = 50;

% band_i = 12;

for nt = 1:Nmod
    Omega_RPY = deg2rad([Xa{1}(2); Xa{2}(2); Xa{3}(2)]);
    alpha = rad2deg(q2rpy(Q));

    CQ = q2mat(Q);

    ra_NED = rpy2ned(ra_RPY, alpha);
    rpy_NED = rpy2ned(rpy_RPY, alpha);
    buf = q_prod(q_prod(Q, [0; Omega_RPY]), q_conj(Q));
Omega_NED = buf(2:4);
    Omega_NED = CQ * Omega_RPY;

    for m = 2:C.M
        rp_NED{m-1} = ra_NED{m} - ra_NED{m-1};
        for n = 1:C.N
            dPsi(nt, m-1, n) = k{n}' * cross(Omega_NED, rp_NED{m-
1});
        end
    end

    [psi, Psi(nt, :, :)] = getPsi(ra_NED, k); % Calculate true Psi

    % IMU
    if nt > 1
        bg(:, nt) = bg(:, nt-1);
    end
% omega_RPY = (eye(3) + Mg) * Omega_RPY + bg(:, nt) + ng(:,
nt);
        omega_RPY = eye(3) * Omega_RPY + data(:, nt);
    omega_NED = CQ * omega_RPY;
    for m = 2:C.M
        for n = 1:C.N
            dPsiIMU(nt, m-1, n) = k{n}' * cross(omega_NED,
rp_NED{m-1});
        end
    end

    % DPLL
    refreshtime = 1;

```

```

    for n = 1:C.N
        for m = 1:C.M-1
            if refreshtime == 1
                Ud = psi{m, n} - DPLL.Ch(m,n).Xextr(1) +
sqrt(1/q)*randn(1,1); %f(Xextr, Xist); % Дискриминатор
                DPLL.Ch(m,n).Xest = DPLL.Ch(m,n).Xextr +
DPLL.K*Ud; % Вектор оценок на с-й интервал
                DPLL.Ch(m,n).Xest(2) =
dPsiIMU(nt, m); % поддержка
                    %
                    % НАП
                    DPLL.Ch(m,n).Xextr = DPLL.F*DPLL.Ch(m,n).Xest;
% Экстраполяция на интервал с+1
            end

                DPLL.psiEst{m, n} = DPLL.Ch(m,n).Xest(1);
                PsiEst(nt, m, n) = DPLL.psiEst{m, n};
            end
        end

        % DPLL+IMU

        % Change attitude
        for i = 1:3
            Xa{i} = Fa * Xa{i}; % для каждого вектора
        end
        Q = q_prod(Q, rotv2q(Omega_RPY * C.T));

        % Refresh all graphics
        if nt == 1 || nt == Nmod || mod(nt, decplot) == 0
            replot;
        end

    end

    dPsi1 = PsiEst(:,1) - Psi(:,1);
    dPsi2 = PsiEst(:,2) - Psi(:,2);

    RMSE_psi1(band_i) = sqrt( mean( (dPsi1(2500:end)).^2 ) ) * 360;
    RMSE_psi2(band_i) = sqrt( mean( (dPsi2(2500:end)).^2 ) ) * 360;

    % RMSE_psi1(band_i) = sqrt( mean( (dPsi1(500:end)).^2 ) ) * 360;
    % RMSE_psi2(band_i) = sqrt( mean( (dPsi2(500:end)).^2 ) ) * 360;

    arrdPsi1(band_i,:) = dPsi1;
    arrdPsi2(band_i,:) = dPsi2;

end

toc

```

```

figure
plot(arrB, RMSE_psi1)
grid on

figure
plot(arrB, RMSE_psi2)
grid on

[C1 I1] = min(RMSE_psi1);
[ arrB(I1-1) arrB(I1) arrB(I1+1)]

[C2 I2] = min(RMSE_psi2);
[ arrB(I2-1) arrB(I2) arrB(I2+1)]

% figure
%
% subplot(7,1,1)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(1,:));
% subplot(7,1,2)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(2,:));
% subplot(7,1,3)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(3,:));
% subplot(7,1,4)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(4,:));
% subplot(7,1,5)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(5,:));
% subplot(7,1,6)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(6,:));
% subplot(7,1,7)
% plot(1:Nmod, arrdPsi1(7,:));

```