

УДК 621.376

# Алгоритм слежения за параметрами возмущенной орбиты космического аппарата

© Авторы, 2013

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2013

**И.В. Корогодин** – к.т.н., ассистент кафедры радиотехнических систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
E-mail: korogodin\_iv@mail.ru

Синтезирован алгоритм слежения за оскулирующими параметрами орбиты по измерениям координат и составляющих вектора скорости космического аппарата. Даны выражения для характеристик дискриминаторов. Приведены результаты имитационного моделирования.

**Ключевые слова:** спутниковые радионавигационные системы, ГЛОНАСС, GPS, аппаратура потребителей, АСН КА, параметры орбиты.

Algorithm of osculating orbital elements locking loop is given. The algorithm uses the measurement of position and velocity of satellite vehicle's autonomous navigation system as input. Discriminators of orbital parameters were synthesized. The results of imitation modeling are presented.

**Keywords:** space radio navigation systems, GLONASS, GPS, user apparatus, space vehicle, orbit parameters.

## Введение

Одно из возможных приложений спутниковых радионавигационных систем (СРНС) – построение автономных систем навигации космических аппаратов (АСН КА). Преимущества АСН КА над традиционными системами траекторных измерений – снижение нагрузки на наземный комплекс управления и уменьшение зависимости от него, возможность производить измерения в любой точке орбиты (для низкоорбитальных аппаратов).

В отличие от классических потребителей СРНС, движение космических аппаратов ограничено законами небесной механики. С одной стороны, данные ограничения могут позволить достичь лучших результатов позиционирования [1]. С другой, – возникает задача оценивания и прогнозирования параметров орбиты, результаты решения которой востребованы в различных специальных приложениях.

Известны [2] алгоритмы оценивания параметров орбиты по измерениям псевдодальности и псевдоскорости. Цель работы – создать алгоритм слежения за параметрами орбиты по измерениям координат и скорости, производимых АСН КА.

## Постановка задачи

Согласно уравнениям Кеплера орбиту и положение КА на ней можно описать [3] шестью орбитальными элементами (рис. 1), два из которых задают форму орбиты: фокальный параметр ( $p$ ), эксцентриситет ( $e$ ); три – ориентацию орбиты в пространстве: наклонение ( $i$ ), аргумент перигея ( $\omega$ ), долгота восходящего узла ( $\Omega$ ); один – положение КА на орбите: истинная аномалия ( $\theta$ ).

Связь между орбитальными элементами, координатами и компонентами вектора скорости в геоцентри-

ческой инерциальной системе координат  $Ox_0Y_0Z_0$  задается выражениями:

$$\begin{aligned} x_0 &= r [\cos(\theta + \omega) \cos(\Omega) - \sin(\theta + \omega) \sin(\Omega) \cos(i)], \\ y_0 &= r [\cos(\theta + \omega) \sin(\Omega) + \sin(\theta + \omega) \cos(\Omega) \cos(i)], \\ z_0 &= r \sin(\theta + \omega) \cos(i), \\ \frac{dx_0}{dt} &= V_r \frac{x_0}{r} - V_u [\sin(\theta + \omega) \cos(\Omega) + \\ &+ \cos(\theta + \omega) \sin(\Omega) \cos(i)], \\ \frac{dy_0}{dt} &= V_r \frac{y_0}{r} - V_u [\sin(\theta + \omega) \sin(\Omega) - \\ &- \cos(\theta + \omega) \cos(\Omega) \cos(i)], \\ \frac{dz_0}{dt} &= V_r \frac{z_0}{r} + V_u \cos(\theta + \omega) \sin(i), \\ V_r &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \theta, \quad V_u = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \theta). \end{aligned} \quad (1)$$

Если орбита возмущенная, то орбитальные элементы являются функцией времени и называются оскулирующими.

Положим, в моменты времени  $t_k$  АСН КА формирует измерения координат и скорости:

$$\begin{aligned} x_{m,k} &= x_{o,k} + n_{x,k}, & V_{x,m,k} &= V_{x,k} + n_{Vx,k}, \\ y_{m,k} &= y_{o,k} + n_{y,k}, & V_{y,m,k} &= V_{y,k} + n_{Vy,k}, \\ z_{m,k} &= z_{o,k} + n_{z,k}, & V_{z,m,k} &= V_{z,k} + n_{Vz,k}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_{o,k}, y_{o,k}, z_{o,k}, V_{x,k}, V_{y,k}, V_{z,k}$  определяется выражениями (1) как функции оскулирующих элементов,  $n_{x,k}, n_{y,k}, n_{z,k}$  – независимые шумы измерения координат (типичное СКО 10...30 м для одно-секундных измерений);

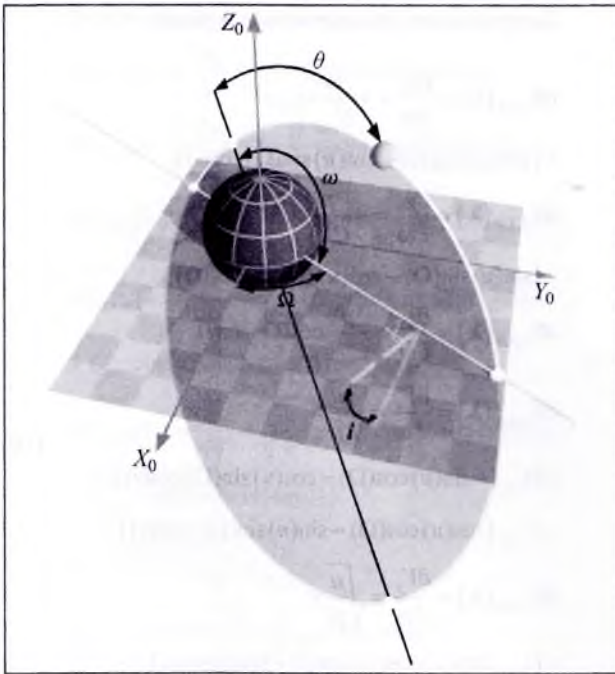


Рис. 1

$n_{V_x,k}, n_{V_y,k}, n_{V_z,k}$  – независимые шумы измерения скорости (типичное СКО 0,01...0,03 м/с для одно-секундных измерений) [1, 4]. Шумы измерений будем считать белыми гауссовскими случайными процессами.

В матричном виде выражения (2) принимают вид

$$y_k = S_k(e, p, \theta, \omega, \Omega, i) + n_k, \quad (3)$$

где

$$y_k = \begin{bmatrix} x_{m,k} & y_{m,k} & z_{m,k} & V_{x,m,k} & V_{y,m,k} & V_{z,m,k} \end{bmatrix}^T, \quad (4)$$

$$S_k(e, p, \theta, \omega, \Omega, i) = \begin{bmatrix} x_{0,k} & y_{0,k} & z_{0,k} & V_{x,k} & V_{y,k} & V_{z,k} \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

$n_k$  – вектор ДБГШ с диагональной корреляционной матрицей  $E[n_k n_k^T] = D_n \delta_{k,j}$ .

Зададимся моделями эволюции оскулирующих элементов в виде диффузионных марковских процессов:

$$\begin{aligned} e_k &= e_{k-1} + e'_{k-1}T, & p_k &= p_{k-1} + p'_{k-1}T, \\ e'_k &= e'_{k-1} + \xi_{e,k}; & p'_k &= p'_{k-1} + \xi_{p,k}; \\ \theta_k &= \theta_{k-1} + \theta'_{k-1}T, & \omega_k &= \omega_{k-1} + \omega'_{k-1}T, \\ \theta'_k &= \theta'_{k-1} + \xi_{\theta,k}; & \omega'_k &= \omega'_{k-1} + \xi_{\omega,k}; \\ \Omega_k &= \Omega_{k-1} + \Omega'_{k-1}T, & \Omega_k &= \Omega_{k-1} + \Omega'_{k-1}T, \\ \Omega'_k &= \Omega'_{k-1} + \xi_{\Omega,k}; & \Omega'_k &= \Omega'_{k-1} + \xi_{\Omega,k}; \end{aligned} \quad (6)$$

где  $T = t_k - t_{k-1} - 1$  – темп выдачи измерений координат и скорости АСН КА;  $\xi_{e,k}, \xi_{p,k}, \xi_{\theta,k}, \xi_{\omega,k}, \xi_{\Omega,k}, \xi_{i,k}$  – независимые белые гауссовские шумы.

Двенадцать компонент образуют вектор состояния  $x$ :

$$x = [e \ e' \ p \ p' \ \theta \ \theta' \ \omega \ \omega' \ \Omega \ \Omega' \ i \ i']^T, \quad (7)$$

шесть формируют вектор информативных параметров:

$$\lambda = [e \ p \ \theta \ \omega \ \Omega \ i]^T. \quad (8)$$

Связь между вектором состояния и вектором информативных параметров:  $\lambda = cx$ .

Выражения (6) можно представить в матричной форме:

$$x_k = Fx_{k-1} + G\xi_k, \quad (9)$$

где  $\xi_k$  – вектор ДБГШ с диагональной корреляционной матрицей  $E[\xi_k \xi_k^T] = D_\xi \delta_{k,j}$ .

Известна начальная оценка вектора состояния  $x_0$  с дисперсией  $D_{x,0}$ .

Требуется в каждый момент времени  $t_k$  формировать квазиоптимальные (минимизирующие среднеквадратическую ошибку оценивания в гауссовском приближении апостериорных плотностей вероятности) оценки оскулирующих орбитальных элементов.

### Синтез алгоритма

Для заданных моделей наблюдений и эволюции информативных параметров искомым решением являются компоненты вектора  $\hat{x}_k$  [3]:

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + D_{x,k} dS(c\tilde{x}_k)^T D_n^{-1} (y_k - S(c\tilde{x}_k)), \quad (10)$$

$$\tilde{x}_k = F\tilde{x}_{k-1},$$

$$\tilde{D}_{x,k} = F D_{x,k-1} F^T + G_{k-1} D_\xi G_{k-1}^T, \quad (11)$$

$$D_{x,k-1}^{-1} \approx \tilde{D}_{x,k-1}^{-1} + dS(c\tilde{x}_k)^T D_{n,k}^{-1} dS(c\tilde{x}_k),$$

$$dS(c\tilde{x}_k) = (c^T dS_\lambda(c\tilde{x}_k)^T)^T, \quad (12)$$

$$dS_\lambda(c\tilde{x}_k) = \left. \frac{\partial S(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=c\tilde{x}_k}.$$

Производные в выражении (12) можно вычислять как численно, так и аналитически. Рассчитаем элементы градиентной матрицы  $dS_\lambda$  (дискриминаторы оскулирующих параметров) аналитически, воспользовавшись уравнениями (1).

Дискриминаторы эксцентриситета. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} A_x &= \cos(u) \cos(\Omega) - \sin(u) \sin(\Omega) \cos(i), \\ A_y &= \cos(u) \sin(\Omega) - \sin(u) \cos(\Omega) \cos(i), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} A_z &= \sin(u) \sin(i), \\ B_x &= \sin(u) \cos(\Omega) + \cos(u) \sin(\Omega) \cos(i), \\ B_y &= \sin(u) \sin(\Omega) - \cos(u) \cos(\Omega) \cos(i), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} B_z &= \cos(u) \sin(i), \quad u = \theta + \omega, \\ C_{oec} &= 1 + e \cos \theta, \quad C_{es} = e \sin \theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 dS_{\lambda,1,1}(\lambda) &= \frac{\partial x_0}{\partial e} = \frac{-pA_x \cos \theta}{C_{oec}^2}, \\
 dS_{\lambda,2,1}(\lambda) &= \frac{\partial x_0}{\partial e} = \frac{-pA_y \cos \theta}{C_{oec}^2}, \\
 dS_{\lambda,3,1}(\lambda) &= \frac{\partial z_0}{\partial e} = \frac{-pA_z \cos \theta}{C_{oec}^2}, \\
 dS_{\lambda,4,1}(\lambda) &= \frac{\partial V_x}{\partial e} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (A_x \sin \theta - B_x \cos \theta), \\
 dS_{\lambda,5,1}(\lambda) &= \frac{\partial V_y}{\partial e} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (A_y \sin \theta - B_y \cos \theta), \\
 dS_{\lambda,6,1}(\lambda) &= \frac{\partial V_z}{\partial e} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (A_z \sin \theta + B_z \cos \theta).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Дискриминаторы фокального параметра:

$$\begin{aligned}
 dS_{\lambda,1,2}(\lambda) &= \frac{\partial x_0}{\partial p} = \frac{A_x}{C_{oec}}, \\
 dS_{\lambda,2,2}(\lambda) &= \frac{\partial y_0}{\partial p} = \frac{A_y}{C_{oec}}, \\
 dS_{\lambda,3,2}(\lambda) &= \frac{\partial z_0}{\partial p} = \frac{A_z}{C_{oec}}, \\
 dS_{\lambda,4,2}(\lambda) &= \frac{\partial V_x}{\partial p} = -\frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\mu}{p}} (C_{es} A_x - C_{oec} B_x), \\
 dS_{\lambda,5,2}(\lambda) &= \frac{\partial V_y}{\partial p} = -\frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\mu}{p}} (C_{es} A_y - C_{oec} B_y), \\
 dS_{\lambda,6,2}(\lambda) &= \frac{\partial V_z}{\partial p} = -\frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\mu}{p}} (C_{es} A_z + C_{oec} B_z).
 \end{aligned} \tag{17}$$

Дискриминаторы истинной аномалии:

$$\begin{aligned}
 dS_{\lambda,1,3}(\lambda) &= \frac{\partial x_0}{\partial \theta} = \frac{epA_x \sin(\theta)}{C_{oec}^2} - \frac{p}{C_{oec}} \times \\
 &\times (\sin(u) \cos(\Omega) + \cos(u) \sin(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,2,3}(\lambda) &= \frac{\partial y_0}{\partial \theta} = \frac{epA_y \sin(\theta)}{C_{oec}^2} - \frac{p}{C_{oec}} \times \\
 &\times (\sin(u) \sin(\Omega) - \cos(u) \cos(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,3,3}(\lambda) &= \frac{\partial z_0}{\partial \theta} = \frac{epA_z \sin(\theta)}{C_{oec}^2} + \frac{p}{C_{oec}} \cos(\Omega) \sin(i), \\
 dS_{\lambda,4,3}(\lambda) &= \frac{\partial V_x}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (\cos(u) \cos(\Omega) - \sin(u) \sin(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,5,3}(\lambda) &= \frac{\partial V_y}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (\cos(u) \sin(\Omega) + \sin(u) \cos(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,6,3}(\lambda) &= \frac{\partial V_z}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{\mu}{p}} \sin(u) \sin(i).
 \end{aligned} \tag{18}$$

Дискриминаторы аргумента перигея:

$$\begin{aligned}
 dS_{\lambda,1,4}(\lambda) &= \frac{\partial x_0}{\partial \omega} = -\frac{p}{C_{oec}} \times \\
 &\times (\sin(u) \cos(\Omega) + \cos(u) \sin(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,2,4}(\lambda) &= \frac{\partial y_0}{\partial \omega} = -\frac{p}{C_{oec}} \times \\
 &\times (\sin(u) \sin(\Omega) - \cos(u) \cos(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,3,4}(\lambda) &= \frac{\partial z_0}{\partial \omega} = \frac{p}{C_{oec}} \cos(\Omega) \sin(i), \\
 dS_{\lambda,4,4}(\lambda) &= \frac{\partial V_x}{\partial \omega} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (C_{es} (-\sin(u) \cos(\Omega) - \cos(u) \sin(\Omega) \cos(i)) - \\
 &- C_{oec} (\cos(u) \cos(\Omega) - \sin(u) \sin(\Omega) \cos(i))), \\
 dS_{\lambda,5,4}(\lambda) &= \frac{\partial V_y}{\partial \omega} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (C_{es} (\cos(u) \cos(\Omega) \cos(i) - \sin(u) \sin(\Omega)) - \\
 &- C_{oec} (\cos(u) \sin(\Omega) + \sin(u) \cos(\Omega) \cos(i))), \\
 dS_{\lambda,6,4}(\lambda) &= \frac{\partial V_z}{\partial \omega} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (C_{es} \cos(u) \sin(i) - C_{oec} \sin(u) \sin(i)).
 \end{aligned} \tag{19}$$

Дискриминаторы долготы восходящего узла:

$$\begin{aligned}
 dS_{\lambda,1,5}(\lambda) &= \frac{\partial x_0}{\partial \Omega} = -\frac{p}{C_{oec}} \times \\
 &\times (\cos(u) \sin(\Omega) + \sin(u) \cos(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,2,5}(\lambda) &= \frac{\partial y_0}{\partial \Omega} = \frac{p}{C_{oec}} \times \\
 &\times (\cos(u) \cos(\Omega) - \sin(u) \sin(\Omega) \cos(i)), \\
 dS_{\lambda,3,5}(\lambda) &= \frac{\partial z_0}{\partial \Omega} = 0, \\
 dS_{\lambda,4,5}(\lambda) &= \frac{\partial V_x}{\partial \Omega} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (C_{es} (-\cos(u) \sin(\Omega) - \sin(u) \cos(\Omega) \cos(i)) - \\
 &- C_{oec} (\cos(u) \cos(\Omega) \cos(i) - \sin(u) \sin(\Omega))), \\
 dS_{\lambda,5,5}(\lambda) &= \frac{\partial V_y}{\partial \Omega} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times \\
 &\times (C_{es} (\cos(u) \cos(\Omega) - \sin(u) \sin(\Omega) \cos(i)) - \\
 &- C_{oec} (\sin(u) \cos(\Omega) + \cos(u) \sin(\Omega) \cos(i))), \\
 dS_{\lambda,6,5}(\lambda) &= \frac{\partial V_z}{\partial \Omega} = 0.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Дискриминаторы наклонения:

$$dS_{\lambda,1,6}(\lambda) = \frac{\partial x_0}{\partial i} = \frac{p}{C_{оес}} \sin(u) \sin(\Omega) \sin(i),$$

$$dS_{\lambda,2,6}(\lambda) = \frac{\partial y_0}{\partial i} = -\frac{p}{C_{оес}} \sin(u) \cos(\Omega) \sin(i),$$

$$dS_{\lambda,3,6}(\lambda) = \frac{\partial z_0}{\partial i} = \frac{p}{C_{оес}} \sin(u) \cos(i),$$

$$dS_{\lambda,4,6}(\lambda) = \frac{\partial V_x}{\partial i} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (C_{ес} \sin(u) \sin(\Omega) \sin(i) + C_{оес} \cos(u) \sin(\Omega) \sin(i)),$$

$$dS_{\lambda,5,6}(\lambda) = \frac{\partial V_y}{\partial i} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} (-C_{ес} \sin(u) \cos(\Omega) \sin(i) - C_{оес} \cos(u) \cos(\Omega) \sin(i)),$$

$$dS_{\lambda,6,6}(\lambda) = \frac{\partial V_z}{\partial i} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \times (C_{ес} \sin(u) \cos(i) + C_{оес} \cos(u) \cos(i)).$$

**Имитационное моделирование**

Для проверки работоспособности и выбора параметров синтезированного алгоритма была разработана имитационная модель в среде Matlab. Модель включает в себя (рис. 2):

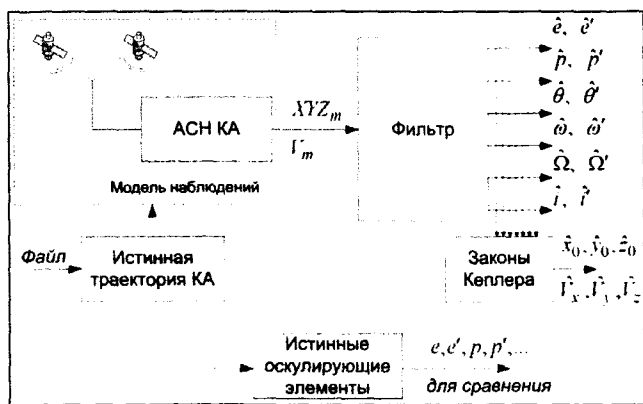


Рис. 2

траекторию движения реального спутника, сформированную заранее по модели возмущенного движения, данные для которой предоставлены станциями контроля и слежения;

расчет истинных оскулирующих элементов посредством численных методов по реальной траектории движения;

расчет эквивалентных измерений АСН КА в соответствии с моделью (2);

синтезированный алгоритм фильтрации оскулирующих элементов;

расчет координат и скорости КА по оценкам оскулирующих элементов;

расчет ошибок оценивания оскулирующих элементов, координат и скорости КА.

На рис. 3–8 представлен пример результатов моделирования, доказывающий работоспособность разработанного алгоритма. На них отражены графики истин-

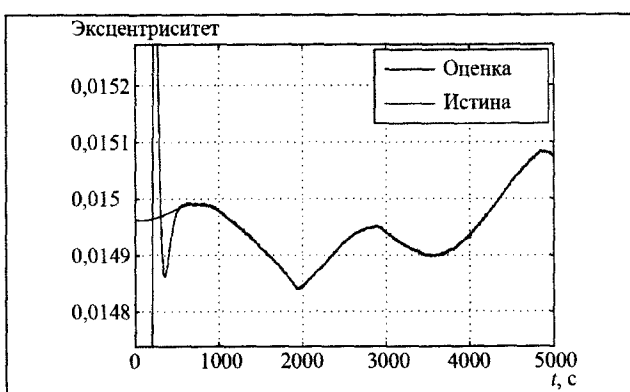


Рис. 3

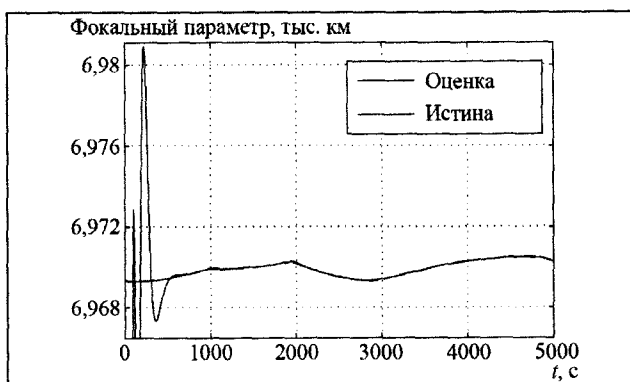


Рис. 4

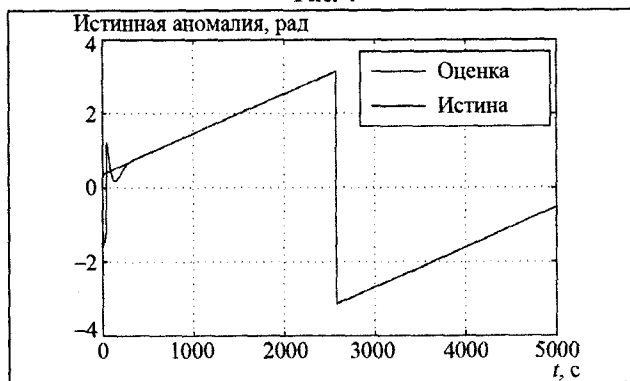


Рис. 5

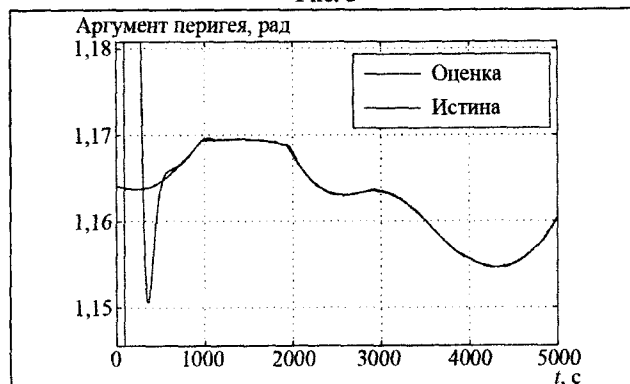


Рис. 6

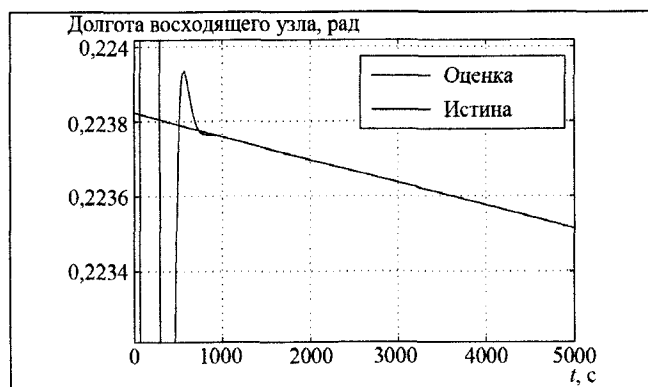


Рис. 7

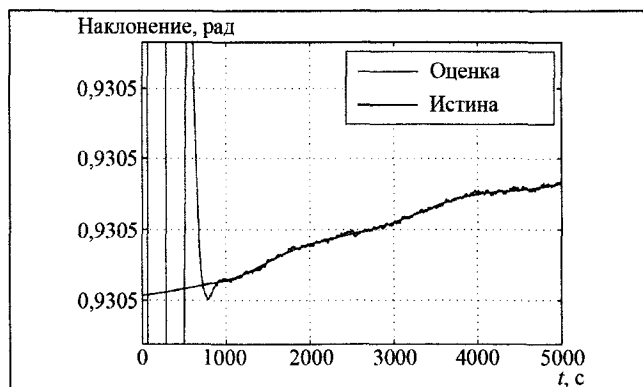


Рис. 8

ных реализаций процессов орбитальных параметров и их оценки, производимые алгоритмом.

В таблице приведены среднеквадратические ошибки оценивания параметров и скорости их изменения (при СКО оценки каждой координаты АСН КА 10 м, СКО оценки компонент вектора скорости 0,01 м/с). Следует заметить, что в результате работы алгоритма СКО оценки координат уменьшились в 2–4 раза, а СКО оценки компонент вектора скорости – в 2–3 раза.

Наименование	Величина	Производная
Эксцентриситет	$4 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-7}$
Фокальный параметр	330 м	2 м/с
Истинная аномалия	$6 \cdot 10^{-4}$ рад	$5 \cdot 10^{-6}$ рад/с
Аргумент перигея	$6 \cdot 10^{-4}$ рад	$5 \cdot 10^{-6}$ рад/с
Долгота восх. узла	$2 \cdot 10^{-7}$ рад	$2 \cdot 10^{-9}$ рад/с
Наклонение	$2 \cdot 10^{-7}$ рад	$2,5 \cdot 10^{-9}$ рад/с
Координата X	5,5 м	$4,5 \cdot 10^{-3}$ м/с
Координата Y	2,5 м	$3 \cdot 10^{-3}$ м/с
Координата Z	4 м	$4,5 \cdot 10^{-3}$ м/с

● Разработан алгоритм слежения за оскулирующими орбитальными элементами. Входными данными для алгоритма выступают измерения координат и скорости, формируемые автономной системой навигации космического аппарата.

С помощью имитационного моделирования показана работоспособность алгоритма и приведены характеристики точности слежения.

Статья подготовлена при проведении НИР в рамках реализации ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы».

#### Литература

1. Аким Э.Л., Астахов А.П., Бакит'ко Р.В. и др. Автономная навигационная система околоземного космического аппарата // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2009. № 2. С. 139–156.
2. Аким Э.Л., Капралов М.А., Степаньянц В.А. и др. Определение параметров движения космического аппарата бортовой навигационной системой по измерениям псевдоскорости и псевдодальности спутниковых навигационных систем // Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. Редакционно-издательская группа. 2004. № 20.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника. 2010. 800 с.
4. Willms B. Space integrated GPS/INS (SIGI) navigation system for Space Shuttle // Digital Avionics Systems Conference. 1999. Proceedings. 18th.

Поступила 1 октября 2013 г.

## Estimation of satellite orbit parameters by means of GNSS

© Authors, 2013

© Radiotekhnika, 2013

I.V. Korogodin – Ph.D. (Eng.), Department of Radio Systems, National Research University "MPEI"

E-mail: korogodin\_iv@mail.ru

One of the possible applications of satellite navigation systems (GNSS) is construction of autonomous spacecraft navigation systems (ASNS). Benefits of ASNS over traditional systems of spacecraft trajectory measurements: reducing of the load on the ground control stations and reduction of dependence on them, the ability to make measurements at any point of the orbit (for LEO vehicles). There is the problem of estimating and predicting the orbital parameters from measurements of ASNS. The results of this task are in demand in a variety of special applications. This article proposes an filtration algorithm for estimating the parameters orbit as osculating orbital elements. Discriminators are synthesized. The results of the simulation are given.

#### References

1. Akim E.L., Astakhov A.P., Bakit'ko R.V. i dr. Avtonomnaya navigatsionnaya sistema okolozemnogo kosmicheskogo apparata // Izv. RAN. Ser. Teoriya i sistemy' upravleniya. 2009. № 2. S. 139–156.
2. Akim E.L., Kapralov M.A., Stepan'yancz V.A. i dr. Opredelenie parametrov dvizheniya kosmicheskogo apparata bortovoy navigatsionnoj sistemoy po izmereniyam psevdoskorosti i psevdodal'nosti sputnikovy'x navigatsionny'x sistem // Preprint Instituta prikladnoj matematiki im. M.V. Keldy'sha RAN. Redakcionno-izdatel'skaya gruppya. 2004. № 20.
3. GLONASS. Principy' postroeniya i funkcionirovaniya / pod red. A.I. Perova, V.N. Xarisova. Izd. 4-e, pererab. i dop. M.: Radiotekhnika. 2010. 800 s.
4. Willms B. Space integrated GPS/INS (SIGI) navigation system for Space Shuttle // Digital Avionics Systems Conference. 1999. Proceedings. 18th.